

10 50円硬貨1枚と100円硬貨1枚を同時に投げるとき、表の出た硬貨の金額の和を X とする。 X の期待値と標準偏差を求めよ。

11 a, b は定数で、 $a > 0$ とする。確率変数 X の期待値が5、分散が100であるとき、1次式 $Y = aX + b$ で定められる確率変数 Y の期待値が0、分散が1となるように、 a, b の値を定めよ。

12 二つの確率変数 X, Y に対して、共分散と呼ばれる値 $\text{Cov}(X, Y)$ が定義され、 $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ が成り立つ。二つの確率変数 X, Y に対して $\text{Cov}(X, Y) = 0$ であれば、 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ が成り立つことを証明せよ。[ヒント： $V(X + Y) = E((X + Y)^2) - (E(X) + E(Y))^2$ であることを用いるとよい。]

13 1個のさいころと2枚の硬貨を投げるとき、さいころの出る目の数に表の出た硬貨の枚数を乗じたものを得点 X とする。 X の期待値を求めよ。

14 4つの選択肢から1つだけ正解を選ぶ問題が8問出題される試験がある。

- この試験があまりに難しいと感じたので、でたらめに答えた。正解が2問以下になる確率を求めよ。
- この試験問題の正解数を X とし、この試験の成績 Y は $Y = aX + b$ で与えるとする。ただし、 a, b は定数とする。 Y の満点は100点、すべてをでたらめに答えたときの Y の平均が0点になるように a, b を定めよ。

15 ある製品を製造する際に不良品が出る確率は0.05であるという。製品1000個中の不良品の個数を X とする。

- 確率変数 X は二項分布に従う。その分布を $B(n, p)$ の形に表せ。
- X の期待値、標準偏差を求めよ。

16 袋の中に3個の白玉と5個の黒玉が入っている。この袋から4個の玉を同時に取り出すとき、その中に含まれる白玉の個数を X とする。また、この袋から玉を1個取り出してはもとに戻すことを4回繰り返すとき、白玉の出る回数を Y とする。

- X の確率分布、期待値、分散を求めよ。
- Y の期待値、分散を求めよ。

17 原点 O から出発して、数直線上を動く点 P がある。さいころを投げて、3の倍数の目が出たら P は+2だけ移動し、そうでなければ-1だけ移動する。サイコロを6回投げ終わったとき、3の倍数の目が出た回数を X とし、 P の座標を Y とする。

- X は二項分布に従う。その分布を $B(n, p)$ の形で表し、 X の期待値、分散、標準偏差を求めよ。
- X と Y の関係を式で表せ。
- Y の期待値、分散、標準偏差を求めよ。