

基礎数学 A2	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
金曜2限 担当: 鎌田 政人							

●最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1) $f(x) = \frac{4x+5}{2x+3}$ とする。

a) $f(x)$ の定義域を述べよ。

b) $f(x)$ を $a + \frac{b}{2x+3}$ の形に表せ。

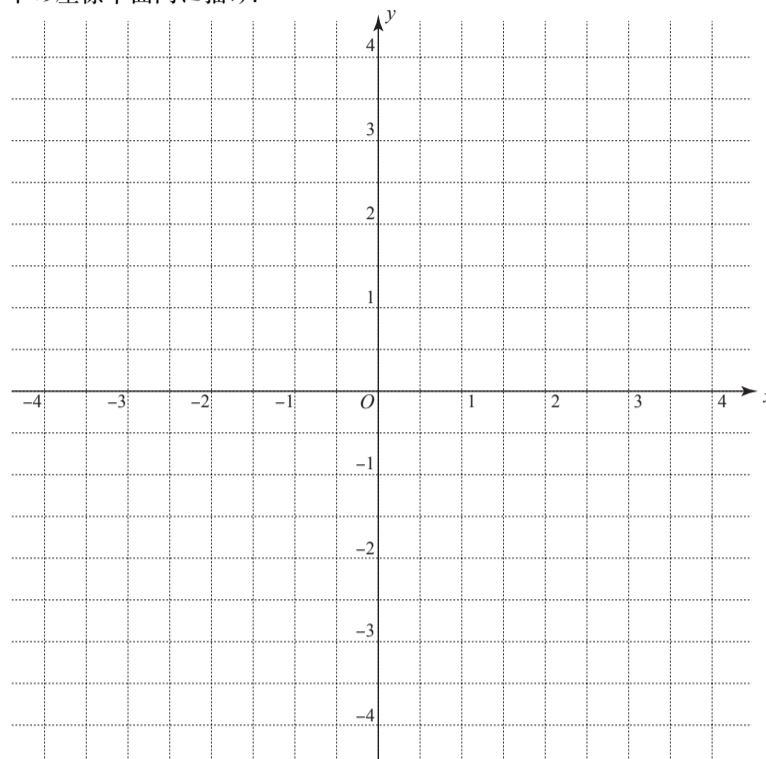
c) x が -1 から $-1+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め、なるべく簡単な形で表せ。 [ヒント: 前問の形に直してから計算するとよい.]

d) $f(x)$ の $x = -1$ における微分係数を極限による定義を用いて計算せよ。

e) $y = f(x)$ のグラフの $(-1, f(-1))$ における接線の方程式を求めよ。

f) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ の交点を求めよ。

g) $y = f(x)$ のグラフ、e) で求めた接線、および直線 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ を下の座標平面内に描け。



h) グラフを利用して不等式 $\frac{4x+5}{2x+3} \leq -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ を解け。

i) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域を示せ。

j) $y = f(x)$ および $y = f^{-1}(x)$ の値域を示せ。

$y = f(x)$ の値域:

$y = f^{-1}(x)$ の値域:

k) $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ が成り立つことを確かめよ。

2 $f(x) = \sqrt{2x+5}$ とする。以下の問いに答えよ。

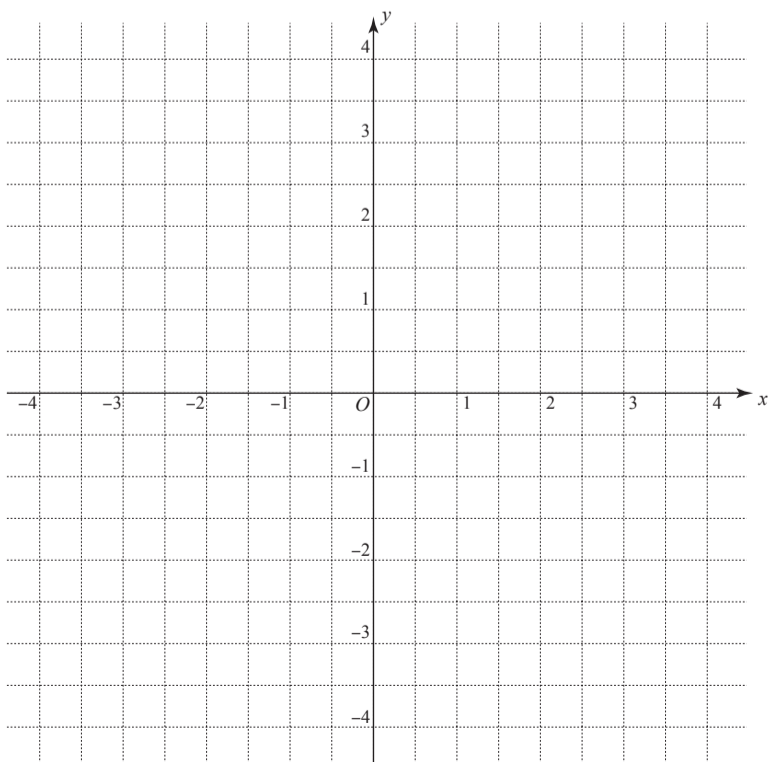
a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ。

b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域と値域を述べよ。

c) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。(定義に戻る必要はない。)

d) $y = f(x)$ のグラフの $(2, f(2))$ における接線の方程式を求めよ。

e) $y = f(x)$ のグラフ、 $(2, f(2))$ における接線、および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの3つを右上の座標平面内に描け。



3 $f(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ とする。

a) $e \doteq 2.72, e^{-1} \doteq 0.368$ として $f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2)$ をそれぞれ求めよ。

$$f(-2) = \quad \quad \quad f(-1) = \quad \quad \quad f(0) =$$

$$f(1) = \quad \quad \quad f(2) =$$

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

c) $f'(x) = 0$ となる x と、 $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ。

d) $f(x)$ の2階導関数 $f''(x)$ を求めよ。

e) $f''(x) = 0$ となる x と、 $f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ。

f) 関数 $f(x)$ の増減表を書き、グラフ $y = f(x)$ の凹凸を調べよ。(凹凸は曲がった矢印 \nearrow \searrow \curvearrowright \curvearrowleft で表すこと。)

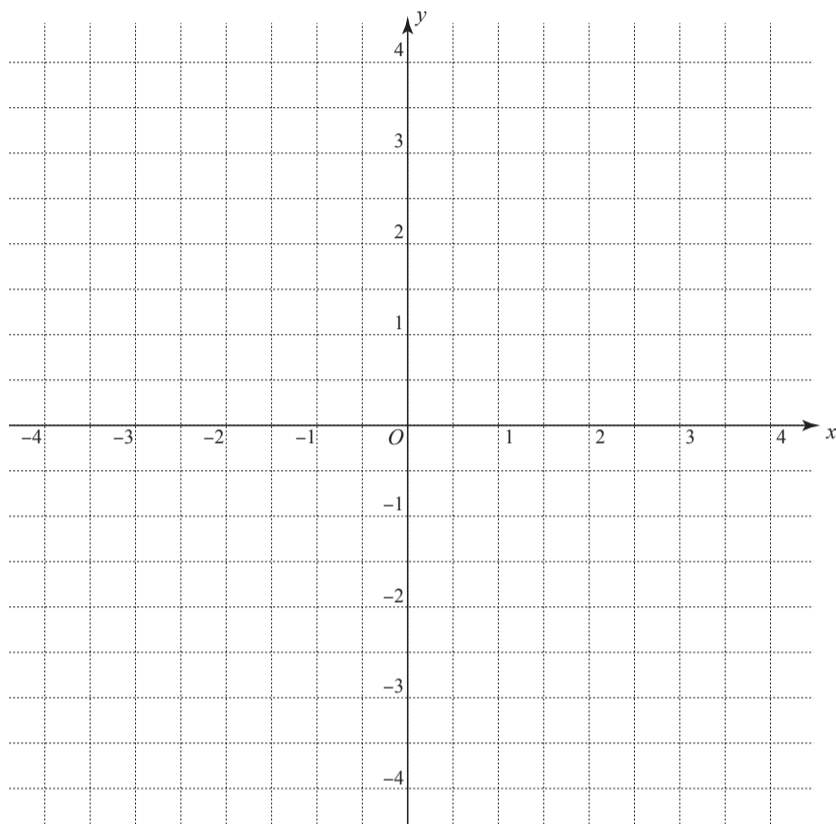
x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

g) $f(x)$ の極大値・極小値と、それをとるときの x の値を求めよ。

h) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ。

基礎数学 A2	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
金曜2限 担当: 鎌田 政人							

- i) ここまでの結果を反映させ、 $y = f(x)$ のグラフを丁寧に描け。必要とあらば、 $f(-\sqrt{2}) \cong -3.408$, $f(\sqrt{2}) \cong 1.174$, $f(1 - \sqrt{3}) \cong -1.930$, $f(1 + \sqrt{3}) \cong 0.842$ であることを用いてもよい。



- 4] 次の各々の関数の導関数を求めよ。

a) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-x+1}$

b) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

c) $f(x) = \log \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$

- 5] 微分の公式 $(x^a)' = ax^{a-1}$ について、 $a = n$ (n は整数) の場合と、 $a = \frac{1}{n}$ (n は整数) の場合はすでに証明されていると仮定して、 $a = \frac{m}{n}$ (m, n は整数) の場合を合成関数の微分公式を用いて証明せよ。

- 6] a) $\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}} = e$ であることを用いて、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n$ を求めよ。ただし、 r は定数である。

- b) 元本 A を年利 r の連続複利で運用すると、1年後の元利合計は Ae^r となる。年利 4% ($r = 0.04$) の連続複利で運用した場合、元本がもとの2倍になるのはおよそ何年後か。 $\log 2 = 0.693$ として計算せよ。