

微分積分 II	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
火曜2限 担当: 鎌田 政人							

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく, 途中の計算や説明も簡潔に加えること. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1] 次の不定積分を求めよ.

a) $\int x\sqrt{2x-3} dx$ ($2x-3=t$ とおく.)

b) $\int (2x-1)\log(x-1) dx$
 ($f(x) = \log(x-1), g'(x) = 2x-1$ とおいて部分積分)

2] $f(x) = \sqrt{1+x}$ とおく.

a) $f'(x), f''(x), f'''(x)$ をそれぞれ計算せよ.

b) h を正の実数とする. $\sqrt{1+h}$ を $f(0) + f'(0)h + \frac{f''(0)}{2!}h^2$ で近似したときの誤差 $R_3(h)$ を評価する不等式を求めよ.

c) $\sqrt{45} = 6\sqrt{1+\frac{1}{4}}$ という表示と, b) の近似式を用いて $\sqrt{45}$ の近似値を計算せよ. また, このようにして得られた近似値と $\sqrt{45}$ の値とは小数第何位まで一致するかを言え.

3] a) 関数 $f(x) = \sqrt{1+x}$ の漸近展開を利用して $g(x) = x\sqrt{1-x}$ の $x=0$ のまわりでの漸近展開を4次の項まで求めよ.

b) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - x\sqrt{1-x}}{x^3}$ を求めよ.

ここで, 次の展開式は用いてよい.

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

4 つぎの2変数関数のそれぞれについて、2階の偏微分までをすべて計算せよ。

a) $f(x, y) = \log(x^2 + y)$

b) $f(x, y) = (x - y)e^{-(x+y)}$

5 関数 $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3x^2 - 3y^2$ の臨界点 (すべての偏微分が0になる点) をすべてもとめ、各臨界点において極大・極小を判定せよ。

6 底面の半径が r で高さが h である上面に蓋のない円柱の缶がある。

a) この缶を作るのに使用する材料の面積を S 、缶の容積を V とするとき、 S 、 V をそれぞれ r と h を用いた式で表せ。

$$S =$$

$$V =$$

b) 容積 V が一定値 $a^3\pi$ (a は正数) であるという条件の下で、使用する材料の面積 S が最小となるような r と h をラグランジュの乗数法で求めよ。