入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ
		B	1			氏 名

1 下の表のように，数字を記入したカード 10 枚がある．

数字 X	2	4	6	8	計
枚数	2	3	3	2	10

a) これら 10 枚から 1 枚取り出すとき，そのカードの数字を X とする．その平均 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ．

$$E(X) = 2\times\frac{2}{10} + 4\times\frac{3}{10} + 6\times\frac{3}{10} + 8\times\frac{2}{10} = 5$$

$$V(X) = (2-5)^2\times\frac{2}{10} + (4-5)^2\times\frac{3}{10} + (6-5)^2\times\frac{3}{10} + (8-5)^2\times\frac{2}{10} = 4.2$$

b) これら 10 枚から復元抽出により，1 枚ずつ 2 回取り出すとき，その 2 枚のカードの数字の平均を $\overline{X}$ とする．$\overline{X}$ の確率分布を求め，その平均 $E(\overline{X})$ と分散 $V(\overline{X})$ を求めよ．

$\overline{X}$	2	3	4	5	6	7	8	計
確率 P	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{21}{100}$	$\frac{13}{50}$	$\frac{21}{100}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{25}$	1

$$E(\overline{X}) = 2\times\frac{1}{25} + 3\times\frac{3}{25} + 4\times\frac{21}{100} + 5\times\frac{13}{50} + 6\times\frac{21}{100} + 7\times\frac{3}{25} + 8\times\frac{1}{25} = 5$$

$$\begin{aligned}V(\overline{X}) &= (2-5)^2\times\frac{1}{25} + (3-5)^2\times\frac{3}{25} + (4-5)^2\times\frac{21}{100} + (5-5)^2\times\frac{13}{50}\\ &\quad + (6-5)^2\times\frac{21}{100} + (7-5)^2\times\frac{3}{25} + (8-5)^2\times\frac{1}{25}\\ &= 2.1\end{aligned}$$

c) これら 10 枚から非復元抽出により，1 枚ずつ 2 回取り出すとき，その 2 枚のカードの数字の平均を Y とする．Y の確率分布を求め，その平均 $E(Y)$ と分散 $V(Y)$ を求めよ．

Y	2	3	4	5	6	7	8	計
確率 P	$\frac{2}{90}$	$\frac{12}{90}$	$\frac{18}{90}$	$\frac{26}{90}$	$\frac{18}{90}$	$\frac{12}{90}$	$\frac{2}{90}$	1

$$E(\overline{Y}) = 2\times\frac{2}{90} + 3\times\frac{12}{90} + 4\times\frac{18}{90} + 5\times\frac{26}{90} + 6\times\frac{18}{90} + 7\times\frac{12}{90} + 8\times\frac{2}{90} = 5$$

$$\begin{aligned}V(\overline{X}) &= (2-5)^2\times\frac{2}{90} + (3-5)^2\times\frac{12}{90} + (4-5)^2\times\frac{18}{90} + (5-5)^2\times\frac{26}{90}\\ &\quad + (6-5)^2\times\frac{18}{90} + (7-5)^2\times\frac{12}{90} + (8-5)^2\times\frac{2}{90}\\ &= \frac{168}{90} \fallingdotseq 1.87\end{aligned}$$

2 母平均 10，母分散 4 の母集団から大きさ 25 の標本を復元抽出するとき、その標本平均 $\overline{X}$ の平均と分散を求めよ．

$\mu = 10$，$\sigma^2 = 4$，$n = 15$ より，

$E(\overline{X}) = \mu = 10$,

$V(\overline{X}) = \dfrac{\sigma^2}{n} = \dfrac{4}{15}$

$\boxed{3}$ 下の表は，40 枚の札に書かれた番号とその枚数である．40 枚を母集団，札の番号を変量とする．

番号	1	2	3	4	5	計
枚数	2	6	24	6	2	40

a) 母平均，母分散，母標準偏差を求めよ．

$$\mu = \frac{1}{40}(1\times 2 + 2\times 6 + 3\times 24 + 4\times 6 + 5\times 2) = 3$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{40}((1-3)^2\times 2 + (2-3)^2\times 6 + (3-3)^2\times 24 + (4-3)^2\times 6 + (5-3)^2\times 2) = 0.7$$
$$\sigma = \sqrt{0.7} \fallingdotseq 0.837$$

b) 40 枚の札から，大きさ 4 の標本を復元抽出して，その標本平均を $\overline{X}$ とするとき，$\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X})$ と分散 $V(\overline{X})$ を求めよ．

$$E(\overline{X}) = \mu = 3$$
$$V(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{4} = 0.175$$

c) 母平均 μ, 母分散 σ^2 を持つ大きさ N の母集団から非復元抽出によって，大きさ n の標本を抽出する場合には，標本平均 $\overline{X}$ の平均と分散はそれぞれ，

$$E(\overline{X}) = \mu \qquad V(\overline{X}) = \frac{N-n}{N-1}\frac{\sigma^2}{n}$$

で与えられることが知られている．上の 40 枚の札から，大きさ 4 の標本を非復元抽出して，標本平均を $\overline{X}$ とするとき，$\overline{X}$ の平均 $E(\overline{X})$ と分散 $V(\overline{X})$ を求めよ．

$$E(\overline{X}) = \mu = 3$$
$$V(\overline{X}) = \frac{40-4}{40-1}\cdot\frac{0.7}{4} \fallingdotseq 0.162$$

$\boxed{4}$ 母平均 50，母分散 10 の母集団から大きさ 25 の標本を抽出するとき、その標本平均 $\overline{X}$ が 51 より大きくなる確率を求めよ．

$\mu = 50$，$\sigma^2 = 10$，$n = 25$ より，

$E(\overline{X}) = \mu = 50$，$V(\overline{X}) = \dfrac{10}{25} = \dfrac{2}{5}$ だから，$Z = \frac{\overline{X}-50}{\sqrt{0.4}}$ は標準正規分布に従う．

$P(\overline{X} > 51) = P\left(Z > \frac{51-50}{\sqrt{0.4}}\right) = P(Z > 1.49) = 0.5 - P(0 \leqq Z \leqq 1.49) = 0.5 - 0.43189 \fallingdotseq 0.0681$

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)