基礎数学 B1	入学年度		学部	学 科		組		番 号		検	氏 名	
火曜 4 限 担当: 鍬田 政人												

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく，途中の計算や説明も簡潔に加えること．これがない場合，大幅な減点をすることもある.

1 実数全体の集合 U の部分集合 A，B を次のように定める．ただし，a は正の定数とする.

$A = \{x \mid x$ は 18 の正の約数 $\}$,

$B = \{x \mid |x-4| \leqq a\}$

a) A を外延的記法（要素をすべて並べて表す方法）によって表せ.

b) $A \cap B = \phi$ となるような a の範囲を求めよ.

c) $a = 2$ のとき，$A \cap B$ の部分集合をすべて挙げよ.

2 1 つの箱に赤球 5 個と白球 1 個がはいっている．A, B 二人が，A からはじめて交互に箱の中から無作為に球を 1 つ取り出し，先に白球をを取り出した者を勝ちとする．ただし，取り出した球は箱に戻さないものとする．箱から取り出され球の色が赤なら R, 白なら W で表すとし，A, B が赤，赤，白の順に玉を取り出すことを RRW と表すなどとする.

a) この試行の標本空間 Ω を上の記号を用いて表せ.

b) ある試行について，その標本空間の部分集合を事象と呼ぶのであった．この試行に関する事象をすべて数え上げると何通りあるか.

c) a) で設定した標本空間 Ω において，「A が勝つ」という事象 A を外延的記法で表せ.

d) A が勝つ確率 $P(A)$ を求めよ.

e) 「勝負がつくまでに 3 個以上球を取り出した」という事象を C とする．確率 $P(C)$ を求めよ.

f) 事象 A と C が独立であるかどうかを判定せよ.

3 ある試行における 2 つの事象 A，B について，

$$P(A) = \frac{1}{3},\quad P(A \cap B) = \frac{1}{4},\quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

であるとする.

a) $P(B)$ をもとめよ.

b) $P_A(B)$ を求めよ.

c) 事象 A と B は独立であるかどうかを判定せよ.

4 1 から 8 までの数がそれぞれ書かれている 8 枚のカードから，カードを同時に 2 枚取りだし，書かれている数の大きい方から小さい方を引いた差を X とする.

a) X の確率分布を求めよ.

X								計
P								

b) X の期待値と分散を求めよ.

c) 確率変数 Y を $Y = aX + b$ で定める．ただし，a，b は定数で，$a > 0$ とする．Y の期待値が 0，分散が 1 となるような a，b の値を求めよ.

5 ある調査によれば，無作為に選んだメールの 35% が迷惑メール，残り 65% が一般のメールであるという．また，この調査によると，迷惑メールに URL が含まれている確率は 60% で，一般のメールが URL を含んでいる確率は 15% であるという．
メールを受け取ったとき，それが迷惑メールであるという事象を A，そのメールが URL を含むという事象を B として，以下の問いに答えよ．

a) 問題文から直接 $P(A)$，$P_A(B)$，$P_{\overline{A}}(B)$ を求めよ．

b) $P(A \cap B)$，$P(\overline{A} \cap B)$ を求めよ．

c) メールの種類と，URL を含むか否かの割合を表す下の一覧表を完成させよ．

メール ＼ URL	含む B	含まない $\overline{B}$	計
迷惑 A	%	%	%
一般 $\overline{A}$	%	%	%
計	%	%	100 %

d) 無作為に選んだメールが URL を含んでいたとき、それが迷惑メールである確率を求めよ．

6 X は，$x_1, x_2, \ldots, x_n$ という値をとる確率が，それぞれ $p_1, p_2, \ldots, p_n$ であるような確率変数であるとする．このとき，期待値 $E(X)$ は $E(X) = \sum_{k=1}^{n} x_k p_k$ で定義されるのであった．いま，a, b を定数とするとき，確率変数 Y を $Y = (aX+b)^2$ と定義する．Y は下のような確率分布をもつ確率変数である．

Y	$(ax_1+b)^2$	$\cdots$	$(ax_k+b)^2$	$\cdots$	$(ax_n+b)^2$	計
P	p_1	$\cdots$	p_k	$\cdots$	p_n	1

Y の期待値 $E(Y)$ を $E(X), E(X^2), a, b$ を用いて表せ．

7 赤球 5 個と白球 3 個が入っている袋から，3 個の球を同時に取り出して，色を確認してからもとに戻す．この操作を 70 回行うとき，赤球 2 個，白球 1 個が出る回数を X とする．X の平均と分散を求めよ．

8 あるバスケットボール選手が 3 ポイントシュートを成功させる確率は 40% であるという．この選手が 1 シーズン 600 回 3 ポイントシュートを試みたとして成功する回数を X とする．X の期待値と分散を求めよ．また，標準偏差は 8 より大きいか小さいかを答えよ．

9 原点 O から出発して，数直線上を動く点 P がある．コインを 3 枚投げ，すべて表が出たならば P は $+3$ だけ移動し，そうでなければ -1 だけ移動する．この 3 枚のコイン投げを 15 回繰り返すとき，3 枚とも表が出た回数を X とし，そのときの P の座標を Y とする．以下の問いに答えよ．

a) X は二項分布に従う．その分布を $B(n, p)$ の形で表せ．

$X \sim$

b) X の期待値と分散を求めよ．

$E(X) =$
$V(X) =$

c) Y を X の式で表せ．

d) Y の期待値と分散をそれぞれ求めよ．

$E(Y) =$
$V(Y) =$