基礎数学 A1	入学年度		学部	学 科		組		番 号		検	氏 名	
金曜２限 担当: 鍬田 政人												

• 最終的な答えだけを書くのではなく，途中の計算や説明も簡潔に書くこと．そうでない場合は大きく減点する．

1 次の式を展開せよ．

$(3x-2y)(x^2-xy-2y^2) = 3x^3-5x^2y-4xy^2+4y^3$

2 次の各式を因数分解せよ．

a) $\frac{1}{3}x^2-2x+3 = \frac{1}{3}(x-3)^2$

b) $6a^2+13ab-5b^2 = (3a-b)(2a+5b)$

3 $P(x)=x^3+8$，$Q(x)=x^3+x^2-2x+12$ とする．

a) $P(x)$ を因数分解せよ．

$P(x) = (x+2)(x^2-2x+4)$

b) $Q(3)$ と $Q(-3)$ を求めよ

$Q(3) = 42$　　　　$Q(-3) = 0$

c) $Q(x)$ を因数分解せよ．

$Q(x) = (x+3)(x^2-2x+4)$

d) $P(x)$ と $Q(x)$ の最大公約数，および最小公倍数を求めよ．

［答えは因数分解された形で示せ．］

最大公約数 $= x^2-2x+4$

最小公倍数 $= (x+2)(x+3)(x^2-2x+4)$

4 a) 次の除法を行い，商と余りを求めよ．

$$2x^2-2x+1 \,\overline{)\, x^4+x^3-2x^2+2x-3}$$

商 $= \frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}$　　　　余り $= \frac{1}{2}x-\frac{11}{4}$

5 次の分数式を，整式と分子が分母より低次の分数式との和の形に表せ．

$$\frac{x^3+x^2-1}{x+1} = x^2+\frac{-1}{x+1}$$

6 次の各々の式をできるだけ簡単にせよ．

a) $$\frac{6abc}{\frac{4b^2c}{3a}} = \frac{3\cancel{6}ab\cancel{c}\times 3a}{2\cancel{4}b^{\cancel{2}}\cancel{c}} = \frac{9a^2}{2b}$$

b) $$\frac{\frac{4a}{bc}}{6\left(\frac{2a}{bc}\right)^2-\frac{4a}{bc}} = \frac{2\cancel{\frac{2a}{bc}}}{6\left(\frac{2a}{bc}\right)^{\cancel{2}}-2\cancel{\frac{2a}{bc}}} = \frac{2}{6\frac{2a}{bc}-2} = \frac{bc}{6a-bc}$$

c) $$\frac{3a+b}{a^2-ab-6b^2}-\frac{a-b}{a^2-5ab+6b^2}$$

$$= \frac{3a+b}{(a-3b)(a+2b)}-\frac{a-b}{(a-3b)(a-2b)}$$
$$= \frac{(3a+b)(a-2b)-(a-b)(a+2b)}{a-3b)(a+2b)(a-2b)}$$
$$= \frac{2a(a-3b)}{a-3b)(a+2b)(a-2b)}$$
$$= \frac{2a\cancel{(a-3b)}}{\cancel{(a-3b)}(a+2b)(a-2b)}$$
$$= \frac{2a}{(a+2b)(a-2b)} = \frac{2a}{a^2-4b^2}$$

d) $$\frac{x^3+y^3}{(x-y)^2}\div\frac{x^3-x^2y+xy^2}{x^2-2xy+y^2}\times\frac{x^2y+xy^2}{x^2y-y^3}$$

$$= \frac{(x+y)\cancel{(x^2-xy+y^2)}}{\cancel{(x-y)^2}}\times\frac{\cancel{(x-y)^2}}{\cancel{x}\cancel{(x^2-xy+y^2)}}\times\frac{\cancel{x}\cancel{y}\cancel{(x+y)}}{\cancel{y}(x-y)\cancel{(x+y)}}$$

$$= \frac{x+y}{x-y}$$

e) $$\frac{\frac{1}{a+h}-\frac{1}{a-h}}{2h} = \frac{\frac{(a-h)-(a+h)}{(a+h)(a-h)}}{2h}$$
$$= \frac{-\cancel{2h}}{\cancel{2h}(a+h)(a-h)} = \frac{-1}{(a+h)(a-h)}$$

7 次の不等式を解け．またその解を数直線上に表せ．

a) $$\begin{cases} 2x^2+x-1 \geqq 0 & \cdots(1) \\ \frac{2x-3}{4} < \frac{3x+2}{2} & \cdots(2) \end{cases}$$

(1) $\Leftrightarrow (2x-1)(x+1) \leqq 0 \Leftrightarrow x \leqq -1$ または $x \geqq \frac{1}{2}$　$\cdots(3)$

(2) $\Leftrightarrow 2(2x-3) < 4(3x+2) \Leftrightarrow -8x < +14 \Leftrightarrow x < -\frac{7}{4}$　$\cdots(4)$

(3), (4) の共通部分を求めると，$-\frac{7}{4} < x \leqq -1$ または $x \geqq \frac{1}{2}$

b) $|3x+2| \geqq 1$

$|3x+2| \geqq 1 \Leftrightarrow \left|x-\left(-\frac{2}{3}\right)\right| \geqq \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow x \leqq -\frac{2}{3}-\frac{1}{3}$ または $x \geqq -\frac{2}{3}+\frac{1}{3}$,

$\Leftrightarrow x \leqq -1$ または $x \geqq -\frac{1}{3}$

8 消費税率が 10 %である商品の税込価格は，税抜き価格 x（円）（x は整数）に 1.1 を乗じ，1 円未満の端数を切り捨てた額である．

a) 税抜価格 x（円）と税込価格 y（円）（y は整数）との間に成り立つ不等式を示せ．

y は $1.1x$ から端数を切り捨てたものなので，$y \leqq 1.1x$.
$1.1x = y+1$ となれば $1.1x$ を切り捨てた値は $y+1$. よって，
（答）$y \leqq 1.1x < y+1$

b) 税込価格を 148 円とするには，税抜価格をいくらに設定すればよいか．

$148 \leq 1.1x < 148+1$ より，$\frac{148}{1.1} \leq x < \frac{149}{1.1}$
$\therefore 134.5454\cdots \leqq x < 135.455\ldots$
この不等式をみたす整数 x は $x = 135$.
（答）135 円

9 a) 放物線 $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 3x - 1$ は，放物線 $y = -\dfrac{1}{2}x^2$ をどのように平行移動したものかを述べよ．

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1 = -\frac{1}{2}\left(x^2 - 6x + 2\right) = -\frac{1}{2}((x-3)^2 - 9 + 2)$
$= -\frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{7}{2}$ より，$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$ は，$y = -\frac{1}{2}x^2$ を
x 軸方向に $+3$，y 軸方向に $+\frac{7}{2}$ だけ平行移動したもの．

b) 2 次関数 $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 3x - 1$ の $0 \leqq x \leqq 4$ における最大値，最小値を求めよ．

x	0	$\cdots$	3	$\cdots$	4
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$\frac{7}{2}$	$\searrow$	3

最大値：$\frac{7}{2}$ $(x=3)$
最小値：-1 $(x=0)$

10 2 次方程式 $\dfrac{x^2}{3} - \dfrac{x}{3} - \dfrac{1}{2} = 0$ を解け．

両辺 6 倍して $2x^2 - 2x - 3 = 0$. 2 次方程式の解の公式より，

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

11 ある牛丼チェーン店では牛丼一杯が 400 円のとき，一日 150 杯の売り上げがあり，価格を 10 円ずつ値上げするごとに 5 杯ずつ売り上げが減っていくという．1 日の売り上げを最大にするには一杯いくらで販売すればよいか．

x 円値上げするとする．このとき，売価 400+x 円で，$150-\frac{1}{2}x$ 杯で販売することになるので，

$$\begin{aligned}\text{売り上げ} &= (400+x)\left(150 - \frac{1}{2}x\right)\\ &= -\frac{1}{2}(x+50)^2 + 61250\end{aligned}$$

したがって，$x = -50$，すなわち 50 円値下げして売価が 350 円のとき売り上げが最大になる．
（答）350 円

12 次の各々の式を簡単にせよ．

a) $\sqrt[3]{-\sqrt{729}} = \sqrt[3]{-\sqrt{3^6}} = \sqrt[3]{-3^3} = -3$

b) $\dfrac{\sqrt{a^3b} \times \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[6]{a^2b^3}} = \dfrac{a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{6}}b^{\frac{3}{6}}} = a^{\frac{3}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{2}{3}}$

c) $\log_{\sqrt{3}} 9 = \dfrac{\log_3 9}{\log_3 \sqrt{3}} = \dfrac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

d) $5^{\log_5 4} = 4$

e) $\log_2 18 + \log_4 36 - \log_2 27 = \log_2(2 \cdot 3^2) + \dfrac{\log_2(2^2 \cdot 3^2)}{\log_2 4} - \log_2 3^3$
$= 1 + 2\log_2 3 + \frac{1}{2}(2 + 2\log_2 3) - 3\log_2 3 = 2$

f) $\log_3(2\sqrt{2} + \sqrt{5}) + \log_3(2\sqrt{2} - \sqrt{5}) = \log_3(2\sqrt{2} + \sqrt{5})(2\sqrt{2} - \sqrt{5})$
$\log_3\left((2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2\right) = \log_3(8-5) = \log_3 3 = 1$

13 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[5]{5}$ を小さいものから順に並べよ．

$(\sqrt{2})^6 = 2^3 = 8, (\sqrt[3]{3})^6 = 3^2 = 9$ より，$\sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$
$(\sqrt{2})^{10} = 2^5 = 32, (\sqrt[5]{5})^{10} = 5^2 = 25$ より，$\sqrt[5]{5} < \sqrt{2}$
あわせて，$\sqrt[5]{5} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

14 $M = a^r$，$N = a^s$ とおき，指数法則を利用して，次の対数の性質を証明せよ．

$$\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= \log_a\left(\frac{a^r}{a^s}\right)\\ &= \log_a a^{r-s} && (\because \text{指数法則})\\ &= r - s && (\because \text{対数の定義})\\ &= \log_a M - \log_a N\\ &= (\text{右辺})\end{aligned}$$

15 ある種のガラスは，太陽光線が 1 枚通過するごとにその紫外線を 20% カットするという．このガラスを何枚か重て太陽光線の紫外線を 80% 以上カットしたい．何枚重ねればよいか．ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする．

20% カットするとは，紫外線がもとの 80%，すなわち 0.8 倍になることだから，
$\left(\frac{8}{10}\right)^n \leqq \frac{2}{10}$ を解く．
両辺の $\log_{10}$ をとって，
$\log_{10}\left(\frac{8}{10}\right)^n < \log_{10}\frac{2}{10}$
$\Leftrightarrow n(3\log_{10} 2 - 1) < (\log_{10} 2 - 1)$
$\Leftrightarrow n(3 \times 0.3010 - 1) < 0.3010 - 1)$
$\Leftrightarrow -0.09691n < -0.699$
$n > \Leftrightarrow 7.20$
よって，8 枚重ねたとき．
（答）8 枚

【2 枚目につづく】

2025 年 7 月 18 日

基礎数学 A1	入学年度		学部	学 科		組		番 号			検	氏　　　　名	
金曜２限 担当: 鍬田 政人													

$\boxed{14}$ 次の極限値を求めよ．

a) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}=\lim_{x\to1}\frac{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{\cancel{(x-1)}(x+3)}=\lim_{x\to1}\frac{x^2+x+1}{x+3}$
$\displaystyle=\frac{1^2+1+1}{1+3}=\frac{3}{4}$

b) $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{\frac{1}{a+h}-\frac{1}{a-h}}{2h}=\lim_{h\to0}\frac{-1}{(a+h)(a-h)}=-\frac{1}{a^2}$

$\boxed{15}$ 関数 $f(x)=(3x+2)^2$ について，以下の問いに答えよ．

a) $x=-1$ から $x=-1+h$ まで変化したときの $f(x)$ の平均変化率をなるべく簡単な形で表せ．

$f(-1+h)=\bigl(3(-1+h)+2\bigr)^2=(3h-1)^2=9h^2-6h+1$,
$f(-1)=(3(-1)+2)^2=(-1)^2=1$ だから，
$\displaystyle\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=\frac{9h^2-6h+1-1}{h}=9h-6$

b) $f(x)$ の $x=-1$ における微分係数 $f'(-1)$ を a) で求めた平均変化率の極限として求めよ．

$\displaystyle f'(-1)=\lim_{h\to0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=\lim_{h\to0}(9h-6)=-6$

$\boxed{16}$ $f(x)=-\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2+x+1$ とする．以下の問いに答えよ．

a) $f(x)$ の導関数を求めよ．（定義に従って計算する必要はない．）

$f'(x)=-\frac{3}{4}x^2-x+1$

b) $f'(x)=0$ となる x を求めよ．

$f'(x)=-\frac{3}{4}x^2-x+1=0$ の両辺に -4 をかけ，
$3x^2+4x-4=0 \Leftrightarrow (3x-2)(x+2)=0$
$\Leftrightarrow x=-2$ または $x=\frac{2}{3}$

c) $f'(x)>0$ となる x の範囲を求めよ．

$(3x-2)(x+2)>0$ より，$-2<x<\frac{2}{3}$.

d) $f(x)$ の増減表を完成させ，$f(x)$ の極大値および極小値を求めよ．

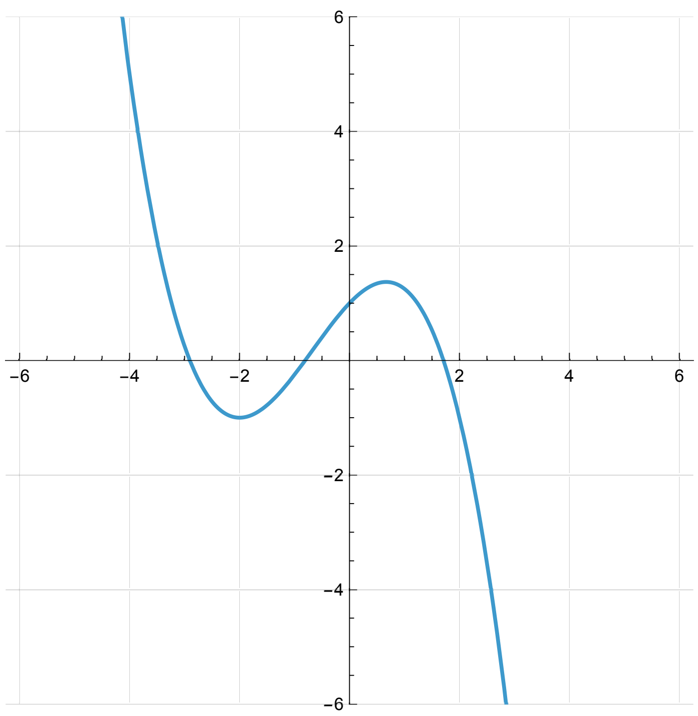
x	$\cdots$	-2	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	-1	↗	$\frac{37}{27}$	↘

極大値 $=\frac{37}{27}$　　　極小値 $=-1$

e) $f(-4)$, $f(-3)$, $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ をそれぞれ求めよ．

$f(-4)=5$　　$f(0)=1$
$f(-3)=\frac{1}{4}$　　$f(1)=\frac{5}{4}$
$f(-2)=-1$　　$f(2)=-1$
$f(-1)=-\frac{1}{4}$　　$f(3)=-\frac{29}{4}$

f) ここまでの結果を反映させ，$y=f(x)$ のグラフをなるべく丁寧に描け．



【以上】

【解答用紙が足らなければこの部分も使用して下さい】