

3 分数関数とそのグラフ

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ	
	B	1					氏名

- 1 放物線 $y = 2x^2 - 8x + 9$ は、 $y = x^2$ のグラフを x 軸を中心として y 軸の方向に 2 倍したものを、 x 軸の方向に 2 だけ平行移動し、 y 軸の方向に 1 だけ平行移動したものである。

- 2 $y = f(x)$ のグラフが次のようなグラフであるとき、次の関数のグラフを描け。

a) $y = f(x+1) - 2$

この関数のグラフは、

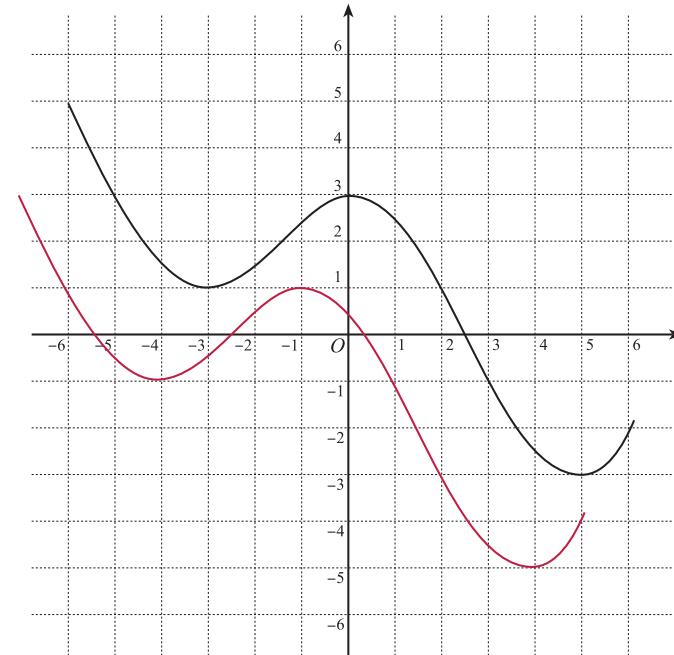
$y = f(x)$ のグラフを

x 軸の方向に -1

y 軸の方向に -2

だけ平行移動したもの

である。



b) $y = 2f(x-1)$

この関数のグラフは、

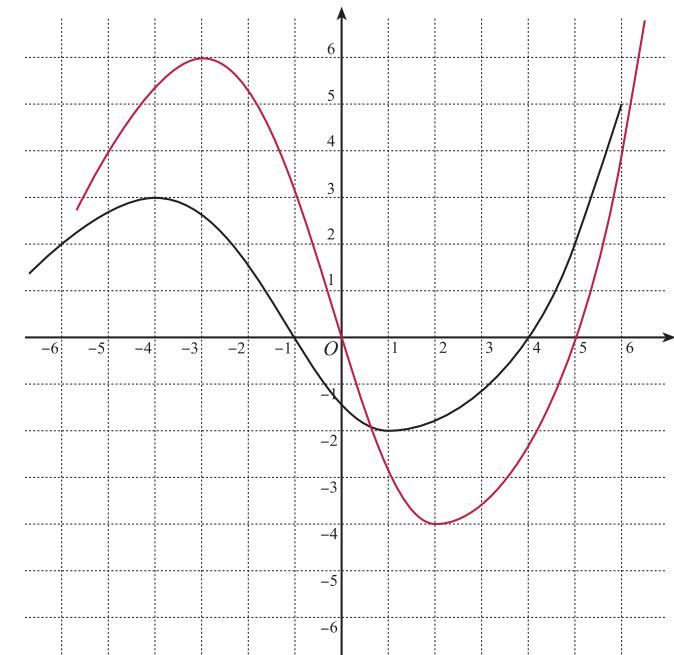
$y = f(x)$ のグラフを

x 軸の方向に 1

だけ平行移動し、

y 軸の方向に 2 倍

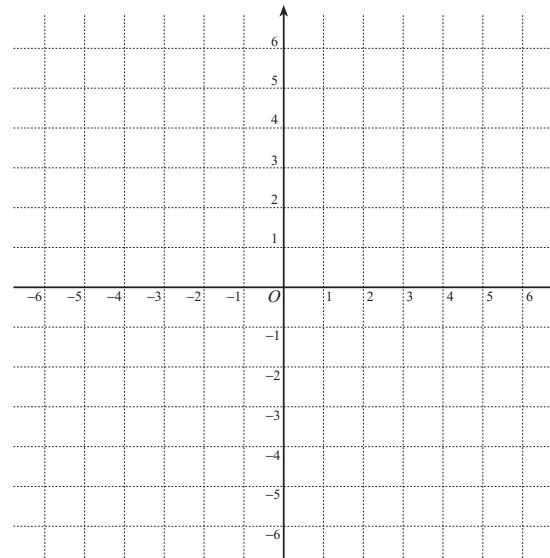
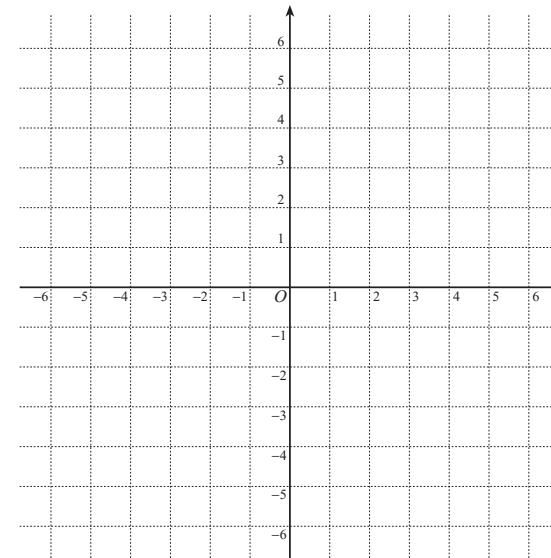
したものである。



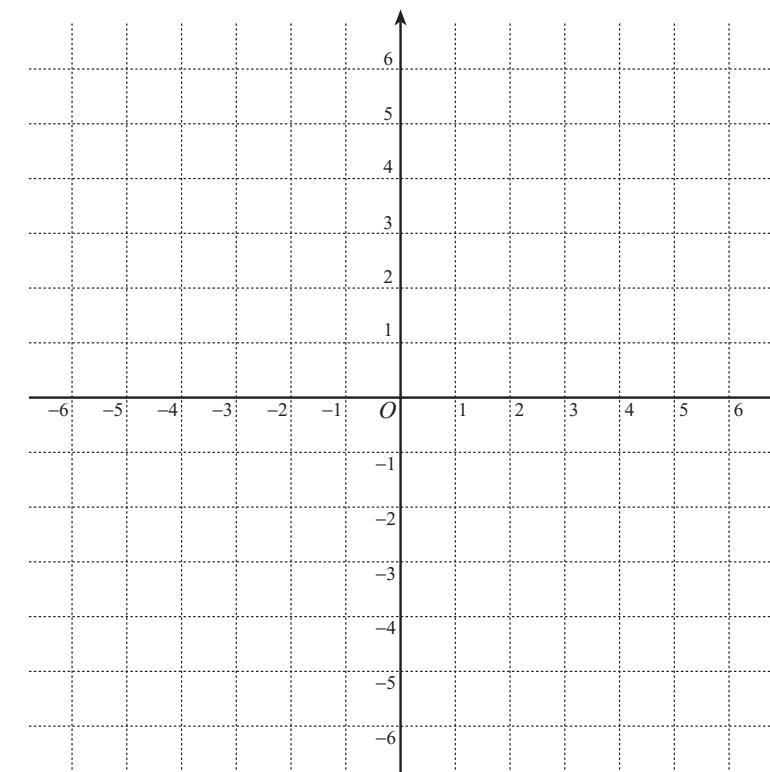
- 3 次の関数のグラフの概形を描け。

a) $y = \frac{4}{x}$, $y = \frac{3}{2x}$

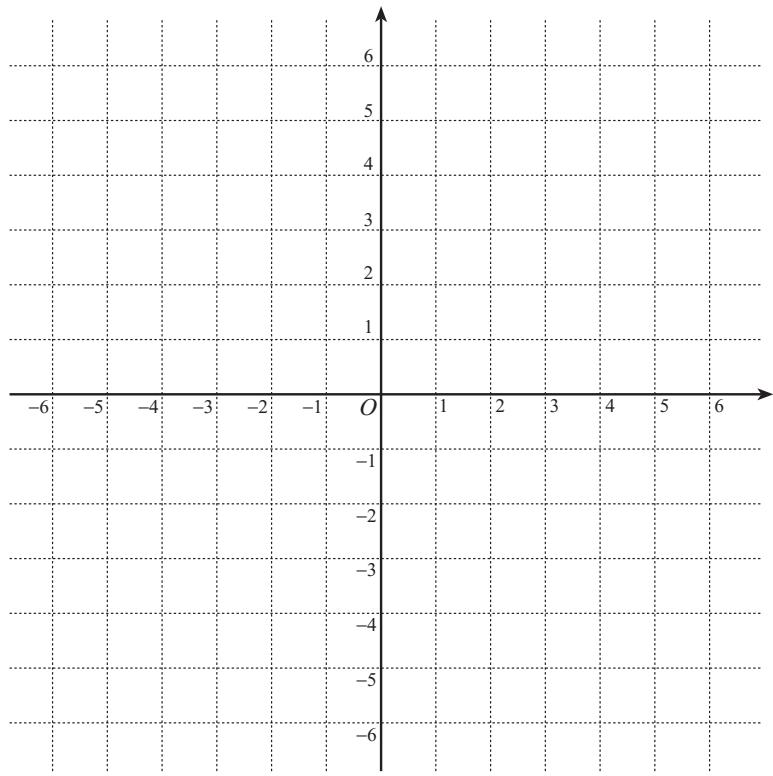
b) $y = \frac{-2}{x}$, $y = \frac{-1}{2x}$



c) $y = \frac{1}{x+1} - 2$



- 4 a) $\frac{2x}{x+1} = \boxed{2} + \boxed{\frac{-1}{x+1}}$ と表せるこことを用い、関数 $y = \frac{2x}{x+1}$ のグラフと直線 $y = -x + 2$ を描け。



- b) $y = \frac{2x}{x+1}$ のグラフと直線 $y = -x + 2$ の交点を求めよ。

$$\begin{cases} y = \frac{2x}{x+1} \\ y = -x + 2 \end{cases} \text{を解く。}$$

$\frac{2x}{x+1} = -x + 2$ の分母を払って整理すると、 $x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 1, -2$.

$x = 1$ のとき、 $y = -1 + 2 = 1$, $x = -2$ のとき、 $y = -(-2) + 2 = 4$.

よって、交点は $(1, 1)$ と $(-2, 4)$ の 2 点。

- c) 上のグラフを利用して、不等式 $\frac{2x}{x+1} > -x + 2$ を解け。

$y = \frac{2x}{x+1}$ のグラフの方が、直線 $y = -x + 2$ よりも上にある x の範囲を求める。

上のグラフを参照すると、そのような範囲は $-2 < x < -1$ または $x > 1$ 。

- 5 $f(x) = \frac{1}{2-3x}$ のとする。

- a) x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ。

$$\frac{f(2) - f(1)}{2-1} = \frac{\frac{1}{2-6} - \frac{1}{2-3}}{1} = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

- b) $x = 1$ における $f(x)$ の瞬間変化率を求めよ。

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2-3(1+h)} - \frac{1}{2-3}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\frac{1}{-1-3h} + 1 \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{-3h}{-1-3h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{-3h}{-1-3h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3}{-1-3h} = \frac{-3}{-1} = 3 \end{aligned}$$

- c) $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ。

$$y - (-1) = f'(1)(x - 1) \text{ より, } y + 1 = 3(x - 1).$$

$$\therefore y = 3x - 4.$$

- d) $y = f(x)$ のグラフと $(1, -1)$ における接線を描け。

