

入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ	
	B	1				氏 名	

[1] 次の集合を外延的方法で表せ.

a) 10 以上 20 以下の 3 の倍数全体の集合.

$\{12, 15, 18\}$

b) か行のひらがな全体の集合.

$\{か, き, く, け, こ\}$

c) $\{x \mid x \text{ は } 24 \text{ の正の約数}\}$

$\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

d) $\{4n - 3 \mid n \text{ は } 6 \text{ 以下の自然数}\}$

$\{1, 5, 9, 13, 17, 21\}$

[2] 次の集合を内包的方法で表せ.

a) $\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19\}$

$\{3n - 2 \mid n \text{ は } 7 \text{ 以下の正の整数}\}$

b) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$\{p \mid p \text{ は } 20 \text{ 未満の素数}\}$

[3] 20 以下の自然数の集合を全体集合 U とし, その中で 12 の約数の集合を A , 18 の約数の集合を B とするとき, 次の集合を外延的方法で表せ.

a) $A \cap B$

$\{1, 2, 3, 6\}$

b) $A \cup B$

$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$

c) $\overline{A}$

$\{5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

d) $\overline{B}$

$\{4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20\}$

e) $A \cap \overline{B}$

$\{4, 12\}$

f) $\overline{A} \cap \overline{B}$

$\{5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

[4] 全体集合 U を実数全体の集合とし, $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x \mid -2 < x \leq 3\}$ をその部分集合とする. このとき, 次の集合を求めよ.

a) $A \cap B$

$\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$

b) $A \cup B$

$\{x \mid -2 < x \leq 5\}$

c) $\overline{A}$

$\{x \mid x < -1, \text{ または } x > 5\}$

d) $\overline{B}$

$\{x \mid x \leq -2, \text{ または } x > 3\}$

e) $A \cap \overline{B}$

$\{x \mid 3 < x \leq 5\}$

f) $\overline{A} \cap \overline{B}$

$\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$
 $= \{x \mid x \leq -2 \text{ または } x > 5\}$

[5] 全体集合 U を実数全体の集合とする. $A = \{x \mid 3 \leq x \leq a\}$, $B = \{x \mid 5 < x < 8\}$ について次の問に答えよ. ただし, a は 3 より大きい定数とする

a) $A \cap B$ が整数を 1 つだけ含むような a の値の範囲を求めよ.

a が大きくなっていくとき, $A \cap B$ に含まれる最初の整数は 6 であるので, A が 6 を含み, 7 を含まないような a の範囲を求めればよい. したがって, $6 \leq a < 7$.

b) $\overline{A} \subset \overline{B}$ となるような a の値の範囲を求めよ.

$\overline{A} \subset \overline{B} \Leftrightarrow A \supset B$ (「対偶」に相当する) であり, $a \geq 8$ のとき $A \supset B$ となるので, 求める a の範囲は $a \geq 8$.

〔6〕 集合 $A = \{a, b, c, d\}$ の部分集合をすべて書け.

$\phi,$
 $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\},$
 $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\},$
 $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\},$
 $\{a, b, c, d\}$

〔7〕 集合 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ の部分集合全体の集合を $\mathcal{P}$ とするとき, $\mathcal{P}$ の要素の個数 $n(\mathcal{P})$ を求めよ.

部分集合は a, b, c, d, e, f のそれぞれが含まれるか, 含まれないかで決定される.
その選び方は 2^6 通りあるので, $n(\mathcal{P}) = 2^6 = 64$

〔8〕 集合 A, B が全体集合 U の部分集合で

$$n(U) = 100, \quad n(A) = 60, \quad n(B) = 40, \quad n(A \cap B) = 15$$

であるとき, 次の集合の要素の個数を求めよ.

a) $\overline{A}$

$$n(\overline{A}) = n(U) - n(A) = 100 - 60 = 40$$

b) $A \cup B$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 60 + 40 - 15 = 85 \end{aligned}$$

c) $\overline{A} \cap B$

$$n(\overline{A} \cap B) = n(B) - n(A \cap B) = 40 - 15 = 25$$

d) $\overline{A} \cap \overline{B}$

$$\begin{aligned} &\overline{A} \cap \overline{B} \text{ だから,} \\ n(\overline{A} \cap \overline{B}) &= n(\overline{A \cup B}) \\ &= n(U) - n(A \cup B) = 100 - 85 = 15 \end{aligned}$$

〔9〕 1 から 500 までの整数のうち, 8 の倍数全体の集合を A, 12 の倍数全体の集合を B, 15 の倍数全体の集合を C とする.

a) $n(A), n(B), n(C)$ をそれぞれ求めよ.

$$\begin{aligned} A &= \{8n \mid n \text{ は正の整数}, 1 \leq 8n \leq 500\} = \{n \mid n \text{ は正の整数}, \frac{1}{8} \leq n \leq \frac{500}{8}\} \\ &= \{n \mid n \text{ は正の整数}, 0.125 \leq n \leq 62.5\} = \{n \mid n \text{ は正の整数}, 1 \leq n \leq 62\} \\ &\text{したがって, } n(A) = 62 \\ &\text{同様にして, } n(B) = 41, n(C) = 33. \end{aligned}$$

b) $n(A \cap B), n(B \cap C), n(C \cap A)$ をそれぞれ求めよ.

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1 \text{ から } 500 \text{ までの } 24 \text{ の倍数}\} \text{ だから, } n(A \cap B) = 20 \\ B \cap C &= \{1 \text{ から } 500 \text{ までの } 60 \text{ の倍数}\} \text{ だから, } n(B \cap C) = 8 \\ C \cap A &= \{1 \text{ から } 500 \text{ までの } 120 \text{ の倍数}\} \text{ だから, } n(C \cap A) = 4 \end{aligned}$$

c) $n(A \cup B \cup C)$ を求めよ.

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 62 + 41 + 33 - 20 - 8 - 4 + n(A \cap B \cap C) = 104 + n(A \cap B \cap C). \end{aligned}$$

ここで, $A \cap B \cap C = \{1 \text{ から } 500 \text{ までの } 240 \text{ の倍数}\}$ だから $n(A \cap B \cap C) = 2$.
したがって, $n(A \cup B \cup C) = 104 + 2 = 106$.