

1 次の二項分布の平均、分散と標準偏差を求めよ.

a)  $B\left(12, \frac{1}{4}\right)$

$$n=12, p=\frac{1}{4}, q=\frac{3}{4}$$

$$X = B\left(12, \frac{1}{4}\right) \text{ とおくと}$$

$$E(X) = np = 3$$

$$V(X) = npq = \frac{9}{4}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \frac{3}{2}$$

b)  $B\left(9, \frac{1}{2}\right)$

$$n=9, p=q=\frac{1}{2}$$

$$X = B\left(9, \frac{1}{2}\right) \text{ とおくと}$$

$$E(X) = \frac{9}{2}$$

$$V(X) = \frac{9}{4}$$

$$\sigma(X) = \frac{3}{2}$$

c)  $B\left(8, \frac{2}{3}\right)$

$$n=8, p=\frac{2}{3}, q=\frac{1}{3}$$

$$X = B\left(8, \frac{2}{3}\right) \text{ とおくと}$$

$$E(X) = \frac{16}{3}$$

$$V(X) = \frac{16}{9}$$

$$\sigma(X) = \frac{4}{3}$$

2 次の確率変数  $X$  は二項分布に従う. その分布を  $B(n, p)$  の形に表せ. また,  $X$  の期待値, 標準偏差を求めよ.

a) 1 枚の硬貨を 10 回投げるとき, 表が出る回数  $X$ .

b) 不良率 3% の製品の山から 50 個取り出したときの不良品の個数  $X$ .

a)  $n=10, p=\frac{1}{2}, X \sim B\left(10, \frac{1}{2}\right)$

$$E(X) = 5, V(X) = \frac{5}{2}, \sigma(X) = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

b)  $n=50, p=0.03, X \sim B(50, 0.03)$

$$E(X) = 1.5, V(X) = \frac{291}{200}, \sigma(X) = \sqrt{\frac{291}{200}} = 1.206$$

3 確率変数  $X$  が二項分布  $B(100, 0.2)$  に従うとき、次の各場合に確率変数  $Y$  の期待値と分散を求めよ。

a)  $Y = 3X - 2$

b)  $Y = -X$

c)  $Y = \frac{X - 20}{4}$

$$E(X) = 100 \times 0.2 = 20$$

$$V(X) = 100 \times 0.2 \times 0.8 = 16$$

$$E(Y) = E(3X - 2)$$

$$= 3E(X) - 2$$

$$= 58$$

$$V(Y) = V(3X - 2)$$

$$= 3^2 V(X)$$

$$= 144$$

$$E(Y) = -E(X) = -20$$

$$V(Y) = (-1)^2 V(X) = 16$$

$$E(Y) = \frac{1}{4} E(X) - \frac{20}{4}$$

$$= 0$$

$$V(Y) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 V(X)$$

$$= 1$$

4 2個のサイコロを同時に投げるとき、同じ目が出るならば20点を得、異なる目が出るならば2点を失うという。これを15回繰り返したとき、得点の合計の期待値を求めよ。

2個のサイコロを投げることを15回くり返したとき、同じ目が出る回数を

$X$  とすると、 $X \sim B(15, \frac{1}{6})$

得点の合計を  $Y$  とすると  $Y = 20X + (-2)(15 - X)$

$$Y = 22X - 30$$

$$E(X) = 15 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{2}$$

$$E(Y) = E(22X - 30) = 22E(X) - 30 = 25$$