

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
	B	1				氏名

1  $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$  とする.

a) 関数  $y = f(x)$  の定義域を求めよ.

分母  $\neq 0$  より, 定義域は  $x \neq -2$ . (正確には  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq -2\}$ )

b)  $y$  を定数とし  $f(x) = y$  を  $x$  の方程式とみなす. この方程式が解を持つための  $y$  の条件を求めよ.

また, その条件がみたされるとき解  $x$  を求めよ.

方程式  $y = \frac{3x+2}{x+2}$  の両辺に  $x+2$  をかけて,

$$(x+2)y = 3x+2 \Leftrightarrow xy+2y = 3x+2 \Leftrightarrow (y-3)x = -2y+2$$

この最後の方程式は  $x$  の係数  $y-3$  が  $0$  ではないとき, すなわち  $y \neq 3$  のときにのみ解を持ち, その時の

解は  $x = \frac{-2(y-1)}{y-3}$

c) 関数  $y = f(x)$  の値域を求めよ.

$y = f(x)$  が解を持つのは  $y \neq 3$  のときなので, 値域は  $y \neq 3$ . (正確には  $\{y \mid y \in \mathbb{R}, y \neq 3\}$ )

d) 逆関数  $f^{-1}(x)$  を求めよ

$y = f(x)$  を  $y \neq 3$  のときに解くと,  $x = \frac{-2(y-1)}{y-3}$  なので,  $f^{-1}(y) = \frac{-2(y-1)}{y-3}$ . ここで, 慣習に従って

$y$  を  $x$  と書き換えて,  $f^{-1}(x) = \frac{-2(x-1)}{x-3}$

e)  $y = f^{-1}(x)$  の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = f^{-1}(x)$  の定義域と値域はそれぞれ,  $y = f(x)$  の値域と定義域なので,

$y = f^{-1}(x)$  の定義域は,  $x \neq 3$ , 値域は  $y \neq -2$ .

2  $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}}$  とする.

a) 関数  $y = f(x)$  の定義域と値域を求めよ.

根号内が  $\geq 0$  になること, 分母が  $0$  にならないことより, 定義域は  $x > 0$ .

$\sqrt{x}$  の値域はすべての負でない実数なので,  $f(x)$  の値域は  $y < 0$ .

b) 逆関数  $f^{-1}(x)$  を求め,  $y = f^{-1}(x)$  の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = -\frac{1}{\sqrt{x}}$  を  $x$  について解くと,  $x = -\frac{1}{y^2}$ . ここで,  $x$  と  $y$  を入れ換えて  $y = -\frac{1}{x^2}$ .

すなわち,  $f^{-1}(x) = -\frac{1}{x^2}$ .

$f^{-1}(x)$  の定義域は  $f(x)$  の値域なので,  $x < 0$ .

値域は  $f(x)$  の定義域なので  $y > 0$ .

3  $f(x) = \sqrt{-x+4}$  とする.

a) 関数  $y = f(x)$  の定義域と値域を求めよ.

定義域は根号内  $\geq 0$  より,  $x \leq 4$ .

値域は  $y \geq 0$ .

b) 逆関数  $f^{-1}(x)$  を求め,  $y = f^{-1}(x)$  の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

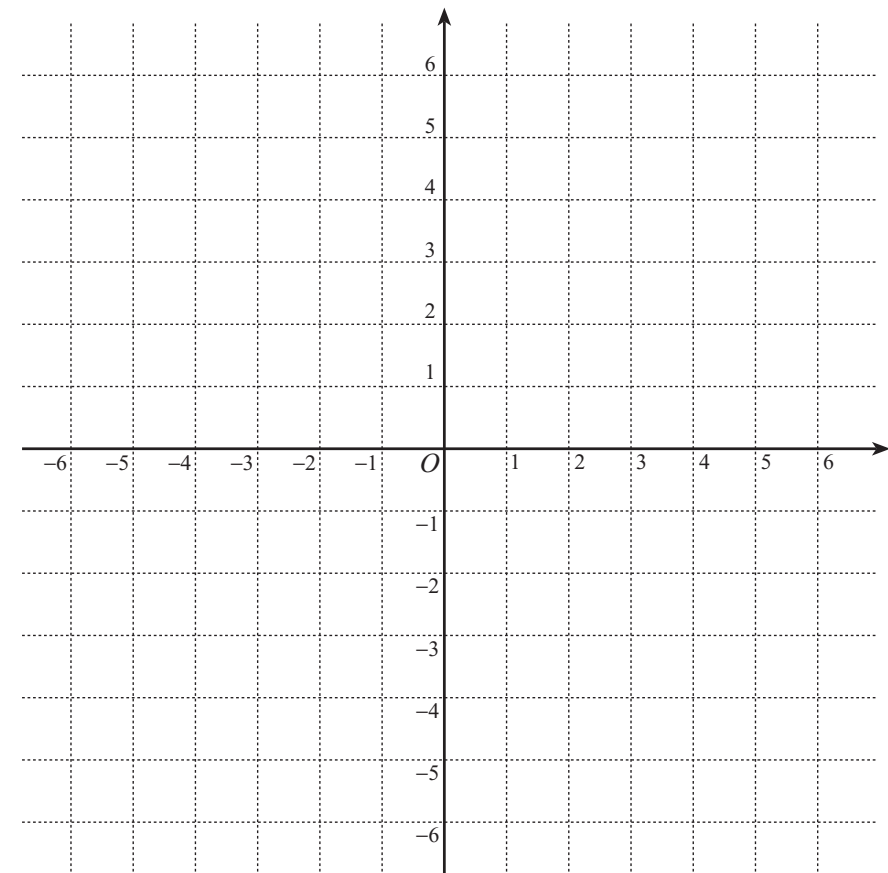
$y = \sqrt{-x+4}$  の両辺を  $2$  乗すると,  $y^2 = -x+4$ . これを  $x$  について解くと,

$x = -y^2+4$ . ここで,  $x$  と  $y$  を入れ換えて,  $y = -x^2+4$ .

すなわち,  $f^{-1}(x) = -x^2+4$ .

$f^{-1}(x)$  の定義域は  $f(x)$  の値域なので  $x \geq 0$ . 値域は  $f(x)$  の定義域なので  $y \leq 4$ .

c)  $y = f(x)$  のグラフと逆関数  $y = f^{-1}(x)$  のグラフを描け.



4  $f(x) = x^3 - 2$  とする.

a) 関数  $y = f(x)$  の定義域と値域を求めよ.

定義域は、実数全体 ( $\mathbb{R}$ ).

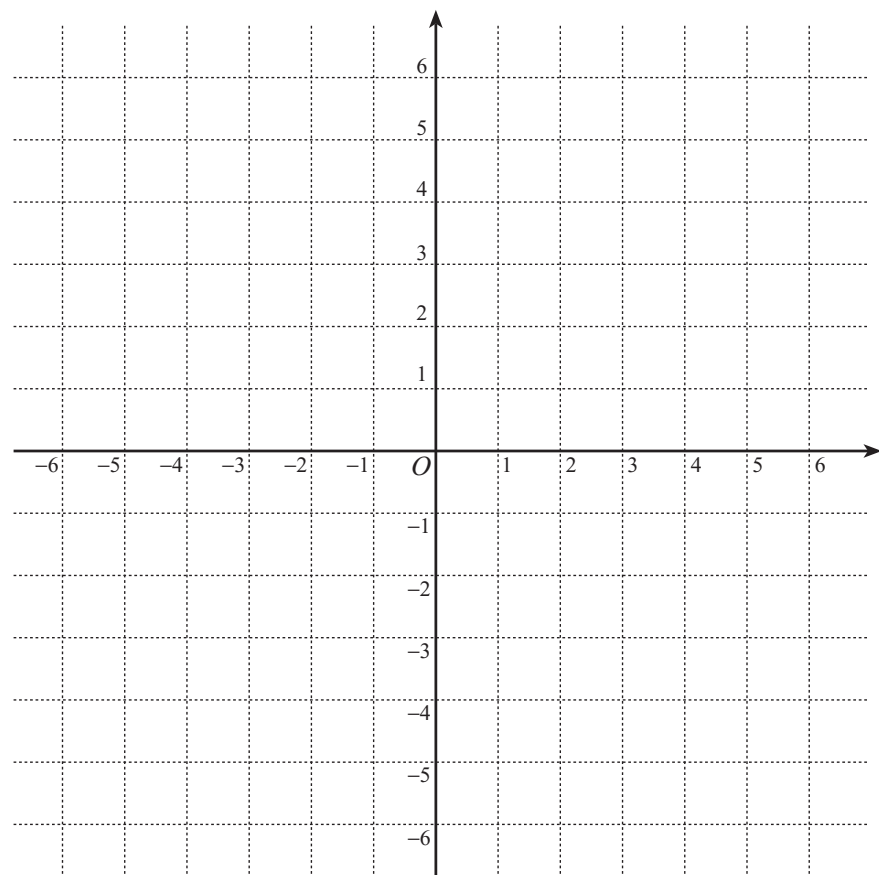
値域も実数全体 ( $\mathbb{R}$ ).

b) 逆関数  $f^{-1}(x)$  を求め、 $y = f^{-1}(x)$  の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = x^3 - 2$  を  $x$  について解くと、 $x = \sqrt[3]{y+2}$ . ここで、 $x$  と  $y$  を入れ換えて、 $y = \sqrt[3]{x+2}$ .  
すなわち、 $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+2}$ .

$f^{-1}(x)$  の定義域、値域ともに実数全体.

c)  $y = f(x)$  のグラフと逆関数  $y = f^{-1}(x)$  のグラフを描け.



5  $f(x) = \log_2(x + 2)$  とする.

a) 関数  $y = f(x)$  の定義域と値域を求めよ.

定義域は真数条件  $x + 2 > 0$  より、 $x > -2$ .

値域は  $y = \log_2 x$  の値域が実数全体であることから、実数全体.

b) 逆関数  $f^{-1}(x)$  を求め、 $y = f^{-1}(x)$  の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = \log_2(x + 2)$  を  $x$  について解く.  $2^y = x + 2$  より、 $x = 2^y - 2$ . ここで、 $x$  と  $y$  を入れ換えて、  
 $y = 2^x - 2$ . すなわち、 $f^{-1}(x) = 2^x - 2$ .

$f^{-1}(x)$  の定義域は、 $f(x)$  の値域である実数全体.  $f^{-1}(x)$  の値域は  $f(x)$  の定義域より、 $y > -2$ .

c)  $y = f(x)$  のグラフと逆関数  $y = f^{-1}(x)$  のグラフを描け.

