2023 年 7 月 18 日

微分積分 I	入学年度		学部	学 科		組		番 号			検	氏 名	
火曜２限 担当: 鍬田 政人													

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく，途中の計算や説明も簡潔に加えること．これがない場合，大幅な減点をすることもある.

$\boxed{1}$ $f(x) = \dfrac{1}{(1-2x)^2}$ とする.

a) x が 0 から h まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め，なるべく簡単な形で表せ.

b) $f(x)$ の $x = 0$ における微分係数 $f'(0)$ を極限による定義を用いて直接計算せよ.

$\boxed{2}$ $f(x) = \dfrac{2x-5}{2x-3}$ とする.

a) $f(x)$ の定義域をを求めよ.

b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め，その定義域を求めよ.

c) $y = f(x)$ および，$y = f^{-1}(x)$ の値域を求めよ.

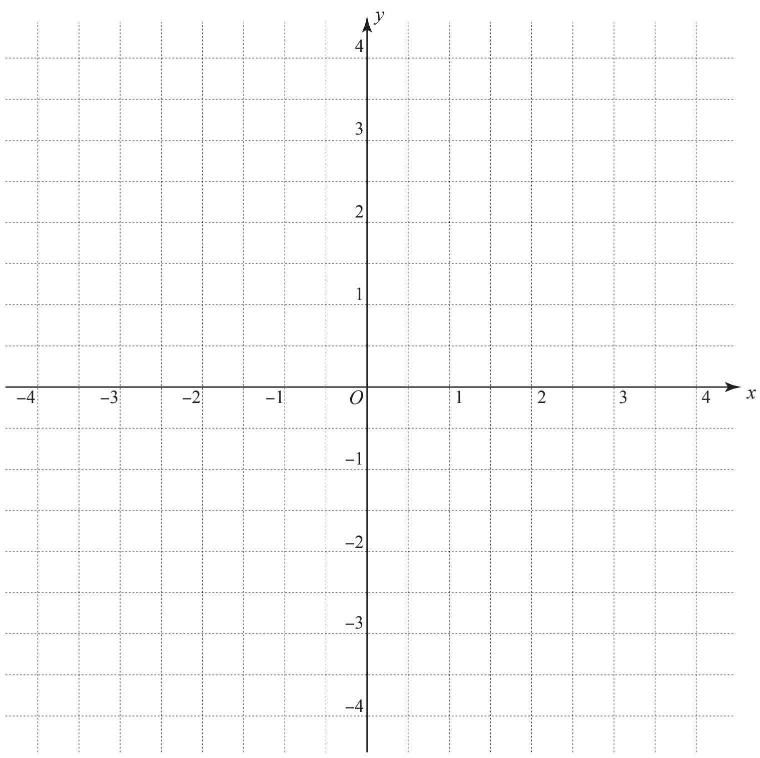
d) $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ が成り立つことを確かめよ.

e) 導関数 $f'(x)$ を求めよ.（定義に戻る必要はない.）

f) $y = f(x)$ のグラフの $\big(3, f(3)\big)$ における接線の方程式を求めよ.

g) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -2x + 3$ の交点を求めよ.

h) $y = f(x)$ のグラフとその $\big(3, f(3)\big)$ における接線，および直線 $y = -2x + 3$ を下の座標平面内に描け.



i) グラフを利用して不等式 $\dfrac{2x-5}{2x-3} \leqq -2x + 3$ を解け.

【裏面につづく】

$\boxed{3}$ $f(x) = \sqrt{-2x+5}$ とする．以下の問いに答えよ．

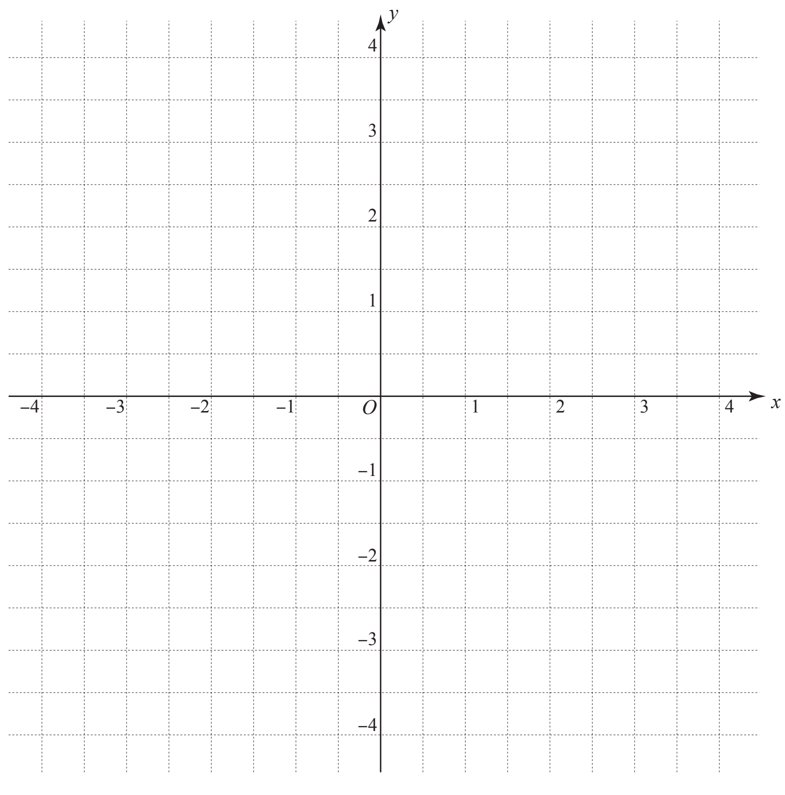
a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ．

b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め，その定義域と値域を述べよ．

c) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．（定義に戻る必要はない．）

d) $y = f(x)$ のグラフの $\left(-2, f(-2)\right)$ における接線の方程式を求めよ．

e) $y = f(x)$ のグラフとその $\left(-2, f(-2)\right)$ における接線，および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの 3 つを右上の座標平面内に描け．



$\boxed{4}$ 微分の公式 $\left(x^a\right)' = ax^{a-1}$ について，$a = n$ (n は整数) の場合と，$a = \dfrac{1}{n}$ (n は整数）の場合はすでに証明されているとする．このとき，$a = \dfrac{m}{n}$ (m，n は整数）の場合を合成関数の微分公式を用いて証明せよ．

$\boxed{5}$ 次の各々の関数の導関数を求めよ．

a) $f(x) = e^{\sqrt{1-x^2}}$

b) $f(x) = \dfrac{\log x}{x^2}$

$\boxed{6}$ 次の関数を対数微分法 (両辺の絶対値の自然対数を取って微分する方法) により微分せよ．

$$f(x) = \frac{x^2(x-1)}{x-2}$$

【2 枚目につづく】

2023 年 7 月 18 日

微分積分 I	入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	氏 名	
火曜２限 担当: 鍬田 政人								

$\boxed{6}$ $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x}$ とする．

a) $f(x)$ の定義域を述べよ．

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

c) $f'(x) = 0$ となる x と，$f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ．

d) $f(x)$ の 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ．

e) $f''(x) = 0$ となる x と，$f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ．

f) $f(x)$ の増減表を完成させよ．（増減だけでなくグラフの凹凸も調べ，曲がった矢印 で表すこと．）

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

g) $f(x)$ が極大・極小となる x の値があればそれを求めよ．

h) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ．

$\boxed{7}$ a) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$ であることを用いて，極限 $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^n$ を求めよ．ただし，r は定数である．

b) 元本 A を年利 r の連続複利で運用すると，1 年後の元利合計は Ae^r となる．年利 4% ($r = 0.04$) の連続複利で運用した場合，元本がもとの 2 倍になるのはおよそ何年後か．$\log 2 = 0.693$ として計算せよ．

— 以上 —

【解答用紙が足らなければこの部分も使用して下さい】