| 入学年度 | 学部 | 学 科 | | 組 | | 番 号 | | | 検 | フリガナ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | B | | 1 | | | | | | 氏 名 | |

1 1 枚の硬貨を続けて 5 回投げるとき，表の出る回数を $X$ とする.

a) 確率変数 $X$ の確率分布を求めよ.

| $X$ | | | | | | | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | | | | | | | |

b) 確率変数 $X$ の期待値 $E(X)$ を定義にしたがって求めよ.

c) 分散 $V(X)$ は $E(X)=\mu$ とおいて $V(X)=\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2 p_k$ と定義されるのであった．この定義を直接用いて $V(X)$ を計算せよ.

d) 確率変数 $X^2$ の確率分布を求めよ.

| $X^2$ | | | | | | | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | | | | | | | |

e) 確率変数 $X^2$ の期待値 $E(X^2)$ および $E(X^2)-E(X)^2$ を計算し，$E(X^2)-E(X)^2=V(X)$ であることを確かめよ.

2 $X$ は，$x_1, x_2, \ldots, x_n$ という値をとる確率が，それぞれ $p_1, p_2, \ldots, p_n$ であるような確率変数であるとする．このとき，期待値 $E(X)$ は $E(X)=\sum_{k=1}^{n} x_k p_k$ で定義されるのであった．いま，$a, b$ を定数とするとき，確率変数 $Y$ を $Y=(aX+b)^2$ と定義する．$Y$ は下のような確率分布をもつ確率変数である.

| $Y$ | $(ax_1+b)^2$ | $(ax_2+b)^2$ | $\cdots$ | $(ax_k+b)^2$ | $\cdots$ | $(ax_n+b)^2$ | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p_1$ | $p_2$ | $\cdots$ | $p_k$ | $\cdots$ | $p_n$ | 1 |

a) $Y$ の期待値 $E(Y)$ を $E(X), E(X^2), a, b$ を用いて表せ.

b) $X$ の分散の定義は $\mu=E(X)$ として，$V(X)=E\big((X-\mu)^2\big)$ と表すことができる．a) の結果を用いて $V(X)=E(X^2)-E(X)^2$ が成り立つことを証明せよ.

$\boxed{3}$ 2 個のサイコロを投げるとき，出た目の数のうち大きくない方を $X$ とする.

a) 確率変数 $X$ の確率分布を求めよ.

| $X$ | | | | | | | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | | | | | | | |

b) 確率変数 $X$ の期待値 $E(X)$，分散 $V(X)$，標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ.

$\boxed{4}$ 1 から 6 までの番号をつけた 6 枚のカードがある．この中から同時に 2 枚のカードを引くとき，引いたカードの番号の大きい方を $X$ とする.

a) 確率変数 $X$ の確率分布を求めよ.

| $X$ | | | | | | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | | | | | | |

b) 確率変数 $X$ の期待値 $E(X)$，分散 $V(X)$，標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ.

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)