入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ	
	B	1				氏 名	

1 大小 2 個のさいころを投げる試行において，例えば，大きい方は 3 の目が出て，小さい方は 2 の目が出るという結果を $(3, 2)$ で表すことにする．

a) この試行の標本空間 Ω を表せ．

$\Omega = \{(m, n) \mid n, m$ は 6 以下の正の整数 $\}$

$= \{(1,1), (1,2), (1,3), \ldots, (6,5), (6,6)\}$

b) Ω の要素の個数 $n(\Omega)$ は何か．

$n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$

c)「目の積が奇数である」という事象を A とする． A を外延的記法（要素をすべて挙げる方法）によって表せ．

$A = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$

d) 事象 A の確率 $P(A)$ を求めよ．

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

e) A の余事象 $\overline{A}$ を内包的記法（条件を述べる方法）で表せ．また，$P(\overline{A})$ を求めよ．

$\overline{A}$:「目の積が偶数である」

=「どちらか一方の目は偶数である」

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

2 同じ大きさ，形の 2 個のさいころを同時に投げる試行において，その結果を出た目の数を小さい順に並べて表すことにする．例えば，1 つのさいころの目は 3 で，もう 1 つのさいころの目は 2 であるとき，その結果を $(2, 3)$ で表し，2 つのさいころの目がともに 3 のときは $(3, 3)$ と表す．

a) この試行の標本空間 Ω' を上の記号を用いて外延的記法で表せ．

$\Omega' = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),$
$(3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,4), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,6)\}$

b) Ω' の要素の個数 $n(\Omega')$ は何か．

$n(\Omega') = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$

c) この標本空間 Ω' において，すべての結果は同様に確からしいと言えるか．

言えない．同じ大きさと形のサイコロであっても 2 つのサイコロは区別できるので，区別して考えると $(1, 2)$ の方が $(1, 1)$ の 2 倍起こりやすいと考えられるから．

d) 確率 $P\left(\{(2,3)\}\right)$，$P\left(\{(3,3)\}\right)$ はそれぞれどのように定めるべきか．

$$P\left(\{(2,3)\}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$
$$P\left(\{(3,3)\}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

e)「目の和が 3 以下である」という事象を B とする． B を Ω' の部分集合として，外延的記法で表せ．

$B = \{(1,1), (1,2)\}$

f) $P(B)$ と $\dfrac{n(B)}{n(\Omega')}$ を求めよ．

$$P(B) = P\left(\{(1,1)\}\right) + P\left(\{(1,2)\}\right) = \frac{1}{36} + \frac{1}{18} = \frac{1}{12}$$
$$\frac{n(B)}{n(\Omega')} = \frac{2}{21}$$

$\boxed{3}$ J，K，L，M の 4 人が左から一列に並んだ 4 つのいすに座る．J が K より左に座る事象を A，K が L より左に座る事象を B とする．

a) 標本空間 Ω をどのように設定したらよいか．また，そのとき Ω の要素の個数 $n(\Omega)$ は何か．

J, K, L, M を 1 列に並べる順列の全体からなる集合を Ω とする．外延的記法で表せば，

$$\begin{aligned}\Omega = \{ &\mathrm{JKLM, JKML, JMKL, JMLK, JKLM, JKML,} \\ &\mathrm{KJLM, KJML, KLJM, KLMJ, KMJL, KMLJ,} \\ &\mathrm{LJKM, LJMK, LKJM, LKMJ, LMJK, LMKJ,} \\ &\mathrm{MJKL, MJLK, MKJL, MKLJ, MLJK, MLKJ} \}\end{aligned}$$

$n(\Omega) = 4! = 24$

b) 事象 $A \cap B$ を外延的記法（要素を並べる方法）で表現し，$n(A \cap B)$ を求めよ．

まず，J, K, L をこの順に並べ，M をこの間のどこかに配置する方法を考える．

$A = \{ \mathrm{JKLM, JMKL, JKML, MJKL} \}$

$n(A \cap B) = 4$

c) $P(A)$，$P(B)$，$P(A \cap B)$ をそれぞれ求めよ．

$B = \overline{A}$，すなわち B は A の余事象であるから，$P(A) + P(B) = 1$.

また，対称性により A と B の要素の間には 1 対 1 に対応が付けられるから，

$n(A) = n(B)$ が成り立ち，$P(A) = P(B)$．したがって，$P(A) = P(B) = \dfrac{1}{2}$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$\boxed{4}$ 1 つの箱に赤球 3 個と白球 2 個がはいっている．A, B 二人が，A からはじめて交互に箱の中から任意に 1 球ずつを取り出し，先に白球をを取り出したものを勝ちとする．ただし，取り出した球は箱に戻さないものとする．

a) 標本空間 Ω をどのように設定したらよいか．

箱から取り出され球の色を順に並べて書いて，

$\Omega = \{$ 白，赤白，赤赤白，赤赤赤白 $\}$ と定義すればよい．

［別解］「すべての結果は同様に確からしい」と言えるように，3 つの赤球を区別し，赤$_1$，赤$_2$，赤$_3$，2 つの白球も区別し，白$_1$，白$_2$ とする．そして，$\Omega = \{$ 赤$_1$, 赤$_2$, 赤$_3$, 白$_1$, 白$_2$ の順列全体 $\}$ とする．

（「すべての結果は同様に確からしい」と言えるようにするには，白球が取り出されて勝敗が決定した後も球を取り出し続けることにしないといけない．）

b) A が勝つという事象を外延的記法で表せ．

$A = \{$ 白，赤赤白 $\}$

（上の［別解］のように Ω を設定すると，A を外延的記法で表すのはかなり面倒になる．

実際，A は 72 個の要素を持つ．）

c) A が勝つ確率を求めよ．

$P(\{\text{白}\}) = \dfrac{2}{5}$，$P(\{\text{赤赤白}\}) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{4} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{5}$ だから，

$$P(A) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)