| 入学年度 | | 学部 | 学 科 | | 組 | | 番 | 号 | | 検 | フリガナ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | B | | 1 | | | | | | | 氏 名 | |

$\boxed{1}$ 次の集合を外延的方法で表せ．

a）10 以上 20 以下の 3 の倍数全体の集合．

$\{12, 15, 18\}$

b）か行のひらがな全体の集合．

{ か, き, く, け, こ }

c）$\{x \mid x$ は 24 の正の約数 $\}$

$\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

d）$\{4n - 3 \mid n$ は 6 以下の自然数 $\}$

$\{1, 5, 9, 13, 17, 21\}$

$\boxed{2}$ 次の集合を内包的方法で表せ．

a）$\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19\}$

$\{3n - 2 \mid n$ は 7 以下の正の整数 $\}$

b）$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$\{p \mid p$ は 20 未満の素数 $\}$

$\boxed{3}$ 20 以下の自然数の集合を全体集合 $U$ とし，その中で 12 の約数の集合を $A$，18 の約数の集合を $B$ とするとき，次の集合を外延的方法で表せ．

a）$A \cap B$

$\{1, 2, 3, 6\}$

b）$A \cup B$

$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$

c）$\overline{A}$

$\{5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14$
$15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

d）$\overline{B}$

$\{4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13,$
$14, 15, 16, 17, 19, 20\}$

e）$A \cap \overline{B}$

$\{4, 12\}$

f）$\overline{A} \cap \overline{B}$

$\{5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14$
$15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$\boxed{4}$ 全体集合 $U$ を実数全体の集合とし，$A = \{x \mid -1 \leqq x \leqq 5\}$，$B = \{x \mid -2 < x \leqq 3\}$ をその部分集合とする．このとき，次の集合を求めよ．

a）$A \cap B$

$\{x \mid -1 \leqq x \leqq 3\}$

b）$A \cup B$

$\{x \mid -2 < x \leqq 5\}$

c）$\overline{A}$

$\{x \mid x < -1$，または $x > 5\}$

d）$\overline{B}$

$\{x \mid x \leqq -2$，または $x > 3\}$

e）$A \cap \overline{B}$

$\{x \mid 3 < x \leqq 5\}$

f）$\overline{A} \cap \overline{B}$

$\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$
$= \{x \mid x \leqq -2$ または $x > 5\}$

$\boxed{5}$ 全体集合 $U$ を実数全体の集合とする．$A = \{x \mid 3 \leqq x \leqq a\}$，$B = \{x \mid 5 < x < 8\}$ について次の問に答えよ．ただし，$a$ は 3 より大きい定数とする

a) $A \cap B$ が整数を 1 つだけ含むような $a$ の値の範囲を求めよ．

$a$ が大きくなっていくとき，$A \cap B$ に含まれる最初の整数は 6 であるので，$A$ が 6 を含み，7 を含まないような $a$ の範囲を求めればよい．したがって，$6 \leqq a < 7$.

b) $\overline{A} \subset \overline{B}$ となるような $a$ の値の範囲を求めよ．

$\overline{A} \subset \overline{B} \Leftrightarrow A \supset B$ （「対偶」に相当する）であり，$a \geqq 8$ のとき $A \supset B$ となるので，求める $a$ の範囲は $a \geqq 8$.

6 集合 $A=\{a,b,c,d\}$ の部分集合をすべて書け.

$\phi$,
$\{a\},\{b\},\{c\},\{d\}$,
$\{a,b\},\{a,c\},\{a,d\},\{b,c\},\{b,d\},\{c,d\}$,
$\{a,b,c\},\{a,b,d\},\{a,c,d\},\{b,c,d\}$,
$\{a,b,c,d\}$

7 集合 $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ の部分集合全体の集合を $\mathscr{P}$ とするとき，$\mathscr{P}$ の要素の個数 $n(\mathscr{P})$ を求めよ.

部分集合は $a,b,c,d,e,f$ のそれぞれが含まれるか，含まれないかで決定される.
その選び方は $2^6$ 通りあるので，$n(\mathscr{P})=2^6=64$

8 集合 $A, B$ が全体集合 $U$ の部分集合で

$$n(U)=100,\quad n(A)=60,\quad n(B)=40,\quad n(A\cap B)=15$$

であるとき，次の集合の要素の個数を求めよ.

a) $\overline{A}$

$n(\overline{A})=n(U)-n(A)=100-60=40$

b) $A\cup B$

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=60+40-15=85$

c) $\overline{A}\cap B$

$n(\overline{A}\cup B)=n(B)-n(\overline{A})=40-15=25$

d) $\overline{A}\cap\overline{B}$

$\overline{A}\cap\overline{B}$ だから,
$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cup B})$
$=n(U)-n(A\cup B)=100-85=15$

9 1 から 500 までの整数のうち，8 の倍数全体の集合を A，12 の倍数全体の集合を B，15 の倍数全体の集合を C とする.

a) $n(A)$，$n(B)$，$n(C)$ をそれぞれ求めよ.

$A=\{8n \mid n$ は正の整数$, 1\leqq 8n\leqq 500\}=\{n\mid n$ は正の整数$, \frac{1}{8}\leqq n\leqq \frac{500}{8}\}$
$=\{n\mid n$ は正の整数$, 0.125\leqq n\leqq 62.5\}=\{n\mid n$ は正の整数$, 1\leqq n\leqq 62\}$
したがって，$n(A)=62$
同様にして，$n(B)=41, n(C)=33.$

b) $n(A\cap B)$，$n(B\cap C)$，$n(C\cap A)$ をそれぞれ求めよ.

$A\cap B=\{1$ から 500 までの 24 の倍数$\}$ だから，$n(A\cap B)=20$
$B\cap C=\{1$ から 500 までの 60 の倍数$\}$ だから，$n(A\cap B)=8$
$C\cap A=\{1$ から 500 までの 120 の倍数$\}$ だから，$n(A\cap B)=4$

c) $n(A\cup B\cup C)$ を求めよ.

$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(c)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$
$=62+41+33-20-8-4+n(A\cap B\cap C)=104\quad +n(A\cap B\cap C).$
ここで，$A\cap B\cap C=\{1$ から 500 までの 240 の倍数$\}$ だから $(A\cap B\cap C)=4.$
したがって，$n(A\cup B\cup C)=104+4=108.$