

基礎数学 A1 中間試験	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
金曜2限 担当: 鎌田 政人							

●最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1 次の各式を展開せよ。

a) $(3x - 2y)(x^2 - xy - 3y^2) = 3x^3 - 5x^2y - 7xy^2 + 6y^3$

b) $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^4 + x^2y^2 + y^4$

2 次の各式を因数分解せよ。

a) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}(2x - 1)(x + 3)$

b) $6x^2 + 11xy + 3y^2 = (3x + y)(2x + 3y)$

c) $24x^3 + 3y^3 = 3(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$

3 $P(x) = x^4 - 1$, $Q(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$ とする。

a) $P(x)$ を因数分解せよ。

$$P(x) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

b) $Q(-1)$ を求めよ。

$$Q(-1) = 0$$

c) $Q(x)$ を因数分解せよ。

$$Q(x) = (x + 2)(x + 1)^2$$

d) $P(x)$ と $Q(x)$ の最大公約数、および最小公倍数を求めよ。

[答えは因数分解された形で示せ.]

$$\text{最大公約数} = x + 1$$

$$\text{最小公倍数} = (x - 1)(x + 1)^2(x + 2)(x^2 + 1)$$

4 a) 次の除法を行い、商と余りを求めよ。

$$2x^2 - x - 2 \overline{) x^3 - 2x - 3}$$

$$\text{商} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

$$\text{余り} = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$$

5 次の分数式を、整式と分子が分母より低次の分数式との和の形に表せ。

$$\frac{x^3 + 1}{x - 1} = x^2 + x + 1 + \frac{2}{x - 1}$$

6 次の分数式をなるべく簡単にせよ。

a) $\frac{12ab}{\frac{3b}{a}} = 4a^2$

b) $\frac{3x^2y}{6x^2y - 2xy^2} = \frac{3x}{6x - 2y} \left(= \frac{3x}{2(3x - y)} \right)$

c) $\frac{6a^2b - 2ab^2}{2a^2b} = \frac{3a - b}{a} \left(= 3 - \frac{b}{a} \right)$

d) $\frac{(a^2b)^3}{(3c)^2} \times \frac{6c}{(ab)^2} = \frac{2a^4b}{3c}$

e) $\frac{4a}{(-2b)^2} \div \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{a}$

f) $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy^2} \div \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^3 - x^2y + xy^2} \times \frac{x^2y - xy^2}{x^3 + y^3}$

$$= \frac{(x - y)(x + y)}{x(x + y^2)} \cdot \frac{x(x^2 - xy + y^2)}{(x - y)^2} \cdot \frac{xy(x - y)}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}$$

$$= \frac{xy(x + y)(x - y)^2}{(x + y^2)(x - y)^2(x + y)}$$

$$= \frac{xy}{x + y^2}$$

g) $\frac{8y^2}{x^2 - 4y^2} - \frac{x}{x - 2y} + 2$

$$= \frac{8y^2 - x(x + 2y) + 2(x^2 - 4y^2)}{(x - 2y)(x + 2y)}$$

$$= \frac{8y^2 - x^2 - 2xy + 2x^2 - 8y^2}{(x - 2y)(x + 2y)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy}{(x - 2y)(x + 2y)}$$

$$= \frac{x(x - 2y)}{(x - 2y)(x + 2y)} = \frac{x}{x + 2y}$$

h) $\frac{x + 2y}{2x^2 - xy - y^2} + \frac{3x + 2y}{2x^2 + 3xy + y^2}$

$$= \frac{x + 2y}{(2x + y)(x - y)} + \frac{3x + 2y}{(2x + y)(x + y)}$$

$$= \frac{(x + 2y)(x + y) + (3x + 2y)(x - y)}{(2x + y)(x - y)(x + y)}$$

$$= \frac{4x^2 + 2xy}{(2x + y)(x - y)(x + y)}$$

$$= \frac{2x(2x + y)}{(2x + y)(x - y)(x + y)}$$

$$= \frac{2x}{(x - y)(x + y)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{i) } 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\
 &= 1 - \frac{1}{\frac{x-1-x}{x-1}} = 1 - \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = 1 - (x-1) \\
 &= x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{j) } \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x-h}}{h} &= \frac{\frac{(x-h) - (x+h)}{(x+h)(x-h)}}{h} \\
 &= \frac{1}{h} \cdot \frac{-2h}{(x+h)(x-h)} = \frac{1}{h} \cdot \frac{-2\cancel{h}}{(x+h)(x-h)} \\
 &= \frac{-2}{(x+h)(x-h)}
 \end{aligned}$$

7] $y = \frac{3x+1}{4x-3}$ を x について解け.

$$\begin{aligned}
 y = \frac{3x+1}{4x-3} &\Leftrightarrow (4x-3)y = 3x+1 \\
 &\Leftrightarrow 4xy - 3x = 3y + 1 \\
 &\Leftrightarrow (4y-3)x = 3y + 1 \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{3y+1}{4y-3}
 \end{aligned}$$

8] 次の不等式を解け. またその解を数直線上に表せ.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x+1}{3} < \frac{3x-1}{2} & \dots \text{①} \\ \frac{3}{2}x - 2 \leq x - \frac{2}{3} & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{①} &\Leftrightarrow 2(2x+1) < 3(3x-1) \\
 &\Leftrightarrow 4x - 9x < -2 - 3 \Leftrightarrow -5x < -5 \\
 &\Leftrightarrow x > 1 \quad \dots \text{③}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{②} &\Leftrightarrow \frac{3}{2}x - x \leq 2 - \frac{2}{3} \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x \leq \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{8}{3} \quad \dots \text{④}$$

$$\text{③, ④ より } 1 < x \leq \frac{8}{3}$$

b) $|3x+2| > 4$

$$|3x+2| > 4 \text{ の両辺を } 3 \text{ で割ると, } \left|x + \frac{2}{3}\right| > \frac{4}{3}$$

$$\left|x + \frac{2}{3}\right| > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{2}{3} < -\frac{4}{3} \text{ または } x + \frac{2}{3} > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow x < -2 \text{ または } x > \frac{2}{3}$$

9] 消費税率が 8% である商品の税込価格は、税抜き価格に 1.08 を乗じ、1 円未満の端数を切り捨てた額である。消費税率 8% の商品の税込価格が 298 円であるとき、税抜き価格 (整数の値) はいくらか。

税抜き価格を x 円とする。税込価格が 298 円となる範囲は

$$298 \leq 1.08x < 299$$

$$\Leftrightarrow 275.9\dots \leq x < 276.8\dots$$

x は整数だから $x = 276$ 。したがって、税抜き価格は 276 円。

10] 華氏 ($^{\circ}\text{F}$) と摂氏 ($^{\circ}\text{C}$) との関係は $F = \frac{9}{5}C + 32$ で表わされる。アメリカでは温度を華氏で表すことが日常的に行われている。たとえば、体温が 100°F 以上になると病気治療が必要とされるといわれているが、これを摂氏で言い換えると何度になるか。

$$\frac{9}{5}C + 32 \geq 100 \text{ より, } F \geq \frac{5}{9} \times (100 - 32) = 37.777\dots$$

したがって摂氏で計る体温計が 37.8°C 以上を指したら病気治療が必要。

11] あるアウトレットストアでは、全店の商品いづれでも 2 点を購入すると値段の安い方が半額になるというセールを行っていた。さらに、そのストアのメンバーズカードを提示するか新規に入会すれば、値引きされた価格からさらに 20%OFF となる特典が与えられていた。この期間中にこの店で商品 2 点を購入したとき、最終的な値引き価格はもとの価格から最大で何%OFF になるのか？

割引額が一番大きくなるのは明らかに 2 つの品物の値段が同額するとき。この値段を x 円とすると、メンバーズカードを提示した上で支払う金額は

$$\left(x + \frac{1}{2}x\right) \times (1 - 0.2) = 1.2x \text{ 円}$$

このとき、値引率は $1 - \frac{1.2x}{2x} = 0.4$ である。すなわちトータルで 40%OFF になった。

12] a) 次の式を計算せよ。

$$4A - 3(B - 2(C - (A - B))) = -2A + 3B + 6C$$

b) $A = 3x^2 - x + 2$, $B = -2x^2 + 5x - 4$, $C = x^2 - 3x + 1$ とするとき、次の式を計算せよ。

$$4A - 3(B - 2(C - (A - B))) = -6x^2 - x - 10$$