

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
	B	1				氏名

1] 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

b) $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

c) $\sqrt[3]{-0.001} = \sqrt[3]{(-0.1)^3} = -0.1$

d) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{3^4}{2^4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{3}{2}\right)^4} = \frac{3}{2}$

2] 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^2 \times 2^4} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4$

b) $\sqrt[4]{\frac{9}{4}} \times \sqrt[4]{36} = \sqrt[4]{\frac{9 \times 36}{4}} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

c) $\sqrt[3]{0.0001} \times \sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{0.001} = \sqrt[3]{0.1^3} = 0.1$

d) $\sqrt[4]{80} \div \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{\frac{80}{5}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

3] 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $(\sqrt[6]{4})^3 = \sqrt[6]{4^3} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

b) $\sqrt[3]{-\sqrt{729}} = \sqrt[3]{-\sqrt{3^6}} = \sqrt[3]{-3^3} = -3$

4] 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $3^0 = 1$

b) $0.1^{-1} = 10$

c) $(2.5^0)^{-4} = 1^{-4} = 1$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$

5] 次のそれぞれの値を求めよ.

a) $27^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

b) $8^{-\frac{2}{3}} = (2^3)^{-\frac{2}{3}} = 2^{3 \times (-\frac{2}{3})} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

c) $32^{0.4} = (2^5)^{\frac{2}{5}} = 2^2 = 4$

d) $100^{-\frac{1}{2}} = (10^2)^{-\frac{1}{2}} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$

6] 次の累乗根を分数指数を用いて表せ. ただし, $a > 0$ とする.

a) $\sqrt[5]{a^7} = a^{\frac{7}{5}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[4]{a}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{4}}} = a^{-\frac{1}{4}}$

c) $\sqrt[3]{a} \sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{a}} = (a^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{6}}$

7] 次の各式を, $\sqrt[n]{a^m}$ の形に表せ. ただし, $a > 0$ とする.

a) $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$

b) $a^{1.75} = a^{\frac{175}{100}} = a^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{a^7}$

c) $\frac{1}{a^{-2.5}} = a^{2.5} = a^{\frac{5}{2}} = \sqrt{a^5}$

d) $a^{-3.6} \times a^{4.3} = a^{-3.6+4.3} = a^{0.7} = a^{\frac{7}{10}} = \sqrt[10]{a^7}$

8] 次の各々を計算し, 答えを分数指数の形で表せ. ただし, $a > 0, b > 0$ とする.

a) $\frac{a \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}} = a \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{6}} = a^{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}} = a^{\frac{7}{6}}$

b) $\sqrt[4]{a^3} \times \sqrt[6]{a^4} = a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}} = a^{\frac{17}{12}}$

c) $\sqrt[3]{a} \div \sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{3} - \frac{3}{4}} = a^{-\frac{5}{12}}$

d) $\frac{\sqrt{a^3 b} \times \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[6]{a^5 b}} = \frac{a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{6}} \cdot b^{-\frac{1}{6}}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}} = a^1 b^1 = ab$

e) $10^{-\frac{1}{6}} \div 10^{-\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{5}{6}} = 10^{-\frac{1}{6}} \times 10^{\frac{1}{3}} \times 10^{\frac{5}{6}} = 10^{-\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} = 10^1 = 10$

f) $a^{0.4} \div a^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{11}{15}}$

g) $a^{-\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} \div a^{\frac{5}{6}} = a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{5}{6}} = a^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = a^{-1}$

h) $(a^{p-q})^r (a^{q-r})^p (a^{r-p})^q = a^{pr-qr} \cdot a^{pq-pr} \cdot a^{qr-pq} = a^{pr-qr+pq-pr+qr-pq} = a^0 = 1$

9] 次の各々の式を簡単にせよ.

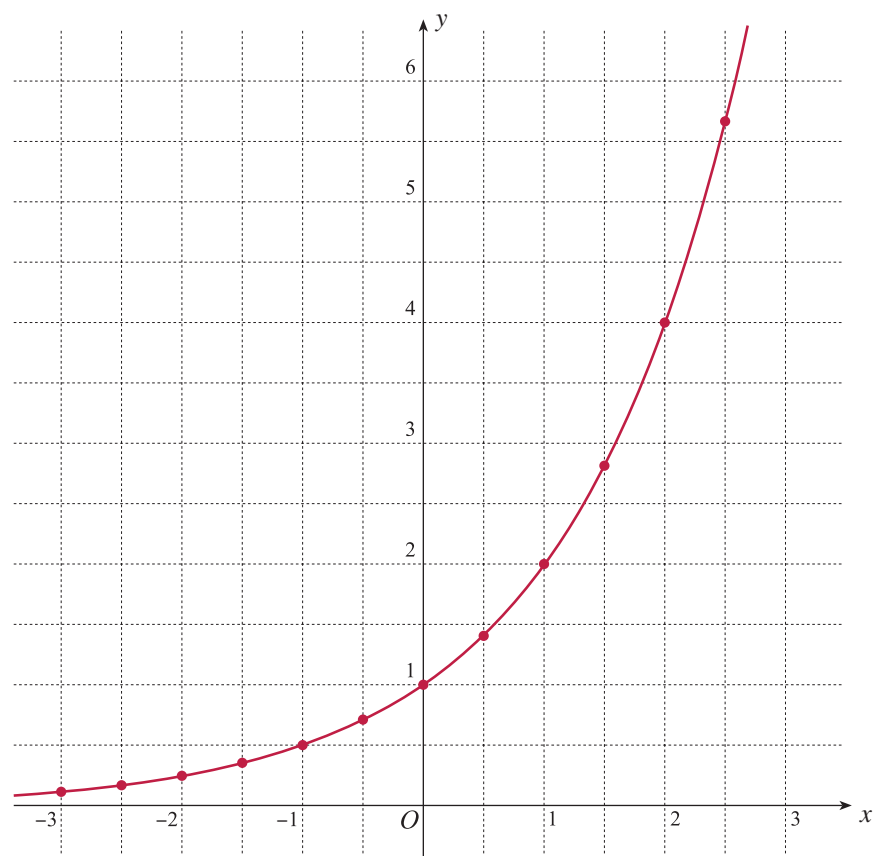
a) $(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = (x^{\frac{1}{2}})^2 + 2x^{\frac{1}{2}}x^{-\frac{1}{2}} + (x^{-\frac{1}{2}})^2 = x + 2 + x^{-1} \left(= x + 2 + \frac{1}{x}\right)$

b) $(ab^{-1} + a^{-1}b)^2 - (ab^{-1} - a^{-1}b)^2 = (a^2b^{-2} + 2 + a^{-2}b^2) - (a^2b^{-2} - 2 + a^{-2}b^2) = 4$

- 10 a) $2^{0.5} \approx 1.414$ とする. このとき, $2^{-0.5}$ の近似値は, $2^{-0.5} = 2^{0.5} \times 2^{-1} \approx 1.414 \div 2 = 0.707$ というふうに計算できる. これを応用して $2^{-1.5}, 2^{1.5}, \dots$ の近似値を求め, 関数 $y = 2^x$ についての次の表にあてはまる y の値を小数で表せ.

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	0.125	0.177	0.25	0.354	0.5	0.707	1	1.414	2	2.828	4	5.656	8

- b) 上の表を利用して, 指数関数 $y = 2^x$ のグラフをできる限り丁寧に描け.



- 11 次の方程式を解け.

a) $4^x = 32$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} = 2^5 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

c) $3^x = 1$

$$\Leftrightarrow 3^x = 3^0 \Leftrightarrow x = 0$$

b) $125^x = 25$

$$\Leftrightarrow 5^{3x} = 5^2 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

d) $3^x = \sqrt{27}$

$$\Leftrightarrow 3^x = (3^3)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 3^x = 3^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

- 12 次の数を小さいものから順に並べよ. $10^{-1}, 10^{\frac{3}{2}}, 10^0, 10^{-\frac{1}{2}}, 10^{\frac{2}{3}}$

$$10^x < 10^y \Leftrightarrow x < y \text{ だから, 指数の小さい順に並べればよい.}$$

$$10^{-1} < 10^{-\frac{1}{2}} < 10^0 < 10^{\frac{2}{3}} < 10^{\frac{3}{2}}$$

- 13 $\sqrt{2}$ と $\sqrt[3]{3}$ の大きさを比べるのに, 両方を同じ累乗根で表し, $\sqrt{2} = \sqrt[6]{8}, \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{9}$ として, $\sqrt{\quad}$ の中の数を比べる方法がある. 次の各組の数の大きさを比べよ.

a) $\sqrt{6}, \sqrt[3]{14}$

$$\sqrt{6} = \sqrt[6]{6^3} = \sqrt[6]{216}$$

$$\sqrt[3]{14} = \sqrt[6]{14^2} = \sqrt[6]{192}$$

$$\therefore \sqrt{6} > \sqrt[3]{14}$$

b) $\sqrt{10}, \sqrt[3]{31}$

$$\sqrt{10} = \sqrt[6]{10^3} = \sqrt[6]{1000}$$

$$\sqrt[3]{31} = \sqrt[6]{31^2} = \sqrt[6]{961}$$

$$\therefore \sqrt{10} > \sqrt[3]{31}$$

c) $\sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{9}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}$$

$$\therefore \sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} \dots \textcircled{1}$$

$$\sqrt[5]{5} = \sqrt[10]{25}$$

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt{2} = \sqrt[10]{2^5} = \sqrt[10]{32}$$

$$\therefore \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } \sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} > \sqrt[5]{5}$$

- 14 4 つの関数 $y = 2^x, y = 2^{-x}, y = -2^x, y = -2^{-x}$ のグラフを描け.

