入学年度	学部	学 科	組	番　号	検	フリガナ
	B	1				氏 名

$\boxed{1}$ 次の放物線の頂点を求め，下の座標平面にこれらの放物線をできるだけ丁寧に描け．（とくに頂点，x 軸との交点などに注意して描け．）

a）$y = x^2 + 6x + 5$

$y = (x+3)^2 - 4$

頂点：(-3 , -4)

b）$y = 2x^2 - 8x + 9$

$y = 2(x-2)^2 + 1$

頂点：(2 , 1)

c）$y = -x^2 + 5x - 6$

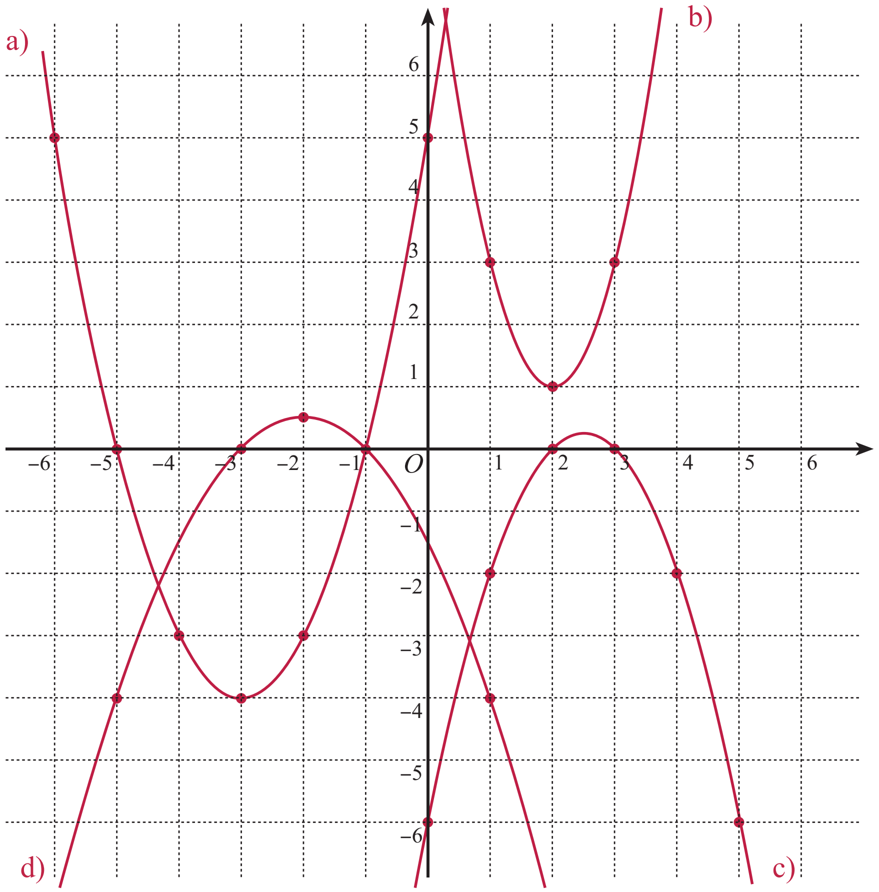
$y = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

頂点：($\frac{5}{2}$, $\frac{1}{4}$)

d）$y = -\frac{3}{2} - 2x - \frac{1}{2}x^2$

$$y = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 3)$$
$$= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{1}{2}$$

頂点：(-2 , $\frac{1}{2}$)



$\boxed{2}$ 次の関数について，(　) 内に示した定義域における最大値と最小値を求めよ．また，そのときの x の値を求めよ．

a）$y = 3 - x^2 \quad (-2 \leqq x \leqq 1)$

$y = -x^2 + 3$

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	1
y	-1	↗	3	↘	2

最大値：3　($x =$ 0),

最小値：-1　($x =$ -2),

b）$y = -x^2 + 4x \quad (-1 \leqq x \leqq 4)$

$y = -(x-2)^2 + 4$

x	-1	$\cdots$	2	$\cdots$	4
y	-5	↗	4	↘	0

最大値：4　($x =$ 2),

最小値：-5　($x =$ -1),

$\boxed{3}$ 長さ 40cm の針金を 2 つに切り，2 本の針金をそれぞれ折り曲げて、正方形を 2 つ作る．それらの正方形の面積の和を最小にするには，針金をどのように切ればよいか．また，面積の和の最小値を求めよ．

針金を 2 つに切った片方を $4x$ cm とする．もう片方は $(40 - 4x)$ cm となり，
それぞれ 1 辺が x cm と $(10 - x)$ cm の正方形ができる．
このとき，

$$(\text{面積の和}) = x^2 + (10 - x)^2$$
$$= 2x^2 - 20x + 100$$
$$= 2(x-5)^2 + 50$$

したがって，面積の和は $x = 5$ cm のとき最小になり，最小値は 50 cm である．
このとき，もう片方は $10 - x = 5$ cm だから，同じ長さになる．

(答) 針金を 20 cm ずつ半分に切ったとき面積の和は最小で，最小値は 50 cm

$\boxed{4}$ 1 個の原価 80 円の商品を，1 個につき 100 円で売ると，毎日 800 個の売り上げがあり，もし値上げをすれば，単価 1 円の値上げにつき，10 個の割合で、売り上げが減少すると考えられるという．利益を最大にするには，売価をいくらにすればよいか．

売価を x 円値上げしたとする．このとき，売り上げは $(800 - 10x)$ 個に減少する．また，1 個あたりの利益は $(100 + x - 80) = (20 + x)$ 円だから，

$$(\text{利益}) = (20 + x)(800 - 10x)$$
$$= 10(20 + x)(80 - x)$$
$$= -10(x^2 - 60x - 1600)$$
$$= -10(x - 30)^2 + 2500$$

したがって，30 円値上げしたとき，利益は最大になる．

(答) 売価が 130 円のとき利益は最大になる．

5 次の方程式を複素数の範囲で解け．

a）$2x^2+7x+3=0$

$(2x+1)(x+3)=0$

$x=-\dfrac{1}{2},-3$

b）$4x^2-12x+9=0$

$(2x+3)^2=0$

$x=-\dfrac{3}{2}$（重解）

c）$x^2+3x-2=0$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9+8}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$$

d）$3x^2-5x-2=0$

$(3x+1)(x-2)=0$

$x=-\dfrac{1}{3},2$

e）$x^2-2x+5=0$

$x=1\pm\sqrt{1-5}$

$\quad=1\pm 2i$

f）$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{4}=0$

$4x^2+6x-3=0$

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{21}}{2}$

6 2 次方程式 $x^2+mx-m+3=0$ が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ．また，そのときの重解を求めよ．

2 次方程式が重解を持つ ⇔ 判別式 $D=0$

$D=m^2-4(-m+3)=0$

$\Leftrightarrow m^2+4m-12=0$

$\Leftrightarrow (m-2)(m+6)=0$

$\Leftrightarrow m=2,-6$

1）$m=2$ のとき，$x^2+2x+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=0$ より，重解は $x=-1$

2）$m=-6$ のとき，$x^2-6x+9=0 \Leftrightarrow (x-3)^2=0$ より，重解は $x=3$

7 横が縦よりも 5cm 短い長方形のボール紙がある．その四隅から一辺が 3cm の正方形を切りとり，残りの四方を折り曲げて，ふたのない箱をつくると，容積が 108cm^3 になるという．このボール紙の縦と横の長さを求めよ．

横の長さを x cm とすると，縦の長さは $x+5$ cm

このとき，箱の容積は $(x-6)(x+5-6)\cdot 3=3(x-6)(x-1)\,\text{cm}^2$.

これが，$108\,\text{cm}^2$ に等しいことから，$3(x-6)(x-1)=108$ を解けばよい.

$3(x-6)(x-1)=108 \Leftrightarrow (x-6)(x-1)=36 \Leftrightarrow x^2-7x-30=0 \Leftrightarrow (x-10)(x+3)=0$

ここで，$x>0$ だから，$x=-3$ は不可なので，$x=10$.

このとき，縦の長さは 15 cm.

（答）縦 15 cm，横 10 cm

8 次の不等式を解け．またその解を数直線上に表せ．

a）$x^2+4x-12<0$

$(x-2)(x+6)<0$

$-6<x<2$

b）$2x^2+x-6\geqq 0$

$(2x-3)(x+2)\geqq 0$

$x\leqq -2, x\geqq \dfrac{3}{2}$

c）$2x^2-x\leqq 0$

$x(2x-1)\leqq 0$

$0\leqq x\leqq \dfrac{1}{2}$

d）$6x^2+10x-4>0$

$3x^2+5x-2>0$

$(3x-1)(x+1)>0$

$x<-2, x>\dfrac{1}{3}$

e）$x(x-8)>12x-100$

$x^2-20x+100>0$

$(x-10)^2>0$

$x<10, x>10$,

すなわち $x\neq 10$.

f）$x^2-x+1\leqq 5x-8$

$x^2-6x+9\leqq 0$

$(x-3)^2\leqq 0$

$3\leqq x\leqq 3$,

すなわち $x=3$.

9 周囲の長さ 20cm の長方形の面積が 15cm^2 以上，20cm^2 未満となるようにするには，長方形の長い方の辺の長さをどのようにすればよいか．

[ヒント：長い方の辺の長さを x とすると，短い方の辺の長さは $10-x$. このとき x の方が $10-x$ よりも大きいという条件も考慮しなければならない．]

長い方の辺の長さを x cm とする．このとき，短い方の辺は $(10-x)$ cm.

長い方の辺が本当に短い方の辺より長くなるためには，$x>10-x \Leftrightarrow x>5\cdots$① が必要.

長方形の面積は $x(10-x)\,\text{cm}^2$ だから，これが，$15\,\text{cm}^2$ 以上 $20\,\text{cm}^2$ になる条件は

$$15\leqq x(10-x)<20$$

左側の不等式は，$15\leqq x(10-x) \Leftrightarrow x^2-10x+15\leqq 0$．ここで，

$$x^2-10x+15=0 \Leftrightarrow x=5\pm\sqrt{10}$$

だから，

$$x^2-10x+15\leqq 0 \Leftrightarrow 5-\sqrt{10}\leqq x\leqq 5+\sqrt{10} \quad \cdots ②$$

同様に，右側の不等式 $\leqq x(10-x)<20 \Leftrightarrow x^2-10x+20>0$ より，

$$x^2-10x+20>0 \Leftrightarrow x<5-\sqrt{5}, \text{または } x>5+\sqrt{5} \quad \cdots ③$$

①, ②, ③を合わせて，$5+\sqrt{5}<x\leqq 5+\sqrt{10}$.

（答）$5+\sqrt{5}<x\leqq 5+\sqrt{10}$

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)