入学年度	学部	学科		組		番号			検	フリガナ	
		B		1						氏名	

1 次の各々の式を因数分解せよ.

a) $3ab-6ac = 3a(b-2c)$

b) $2a^2b-ab^2 = ab(2a-b)$

c) $x^2-x = x(x-1)$

d) $(a+b)x-(a+b)y = (a+b)(x-y)$

e) $x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$

f) $x^2-7x+10 = (x-2)(x-5)$

g) $3x^2-18x+27 = 3(x-3)^2$

h) $x^2-11xy+24y^2 = (x-3y)(x-8y)$

i) $25x^2-4 = (5x-2)(5x+2)$

j) $x^3+8 = (x+2)(x^2-2x+4)$

k) $x^4+x = x(x+1)(x^2-x+1)$

l) $\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{6}x-\frac{1}{3} = \frac{1}{6}(x-2)(3x+1)$

2 次の除法を行い，商と余りを求めよ．ただし，a は定数とする.

a)

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 \qquad\quad +4 \\
x-2 & x^3-2x^2+4x-8 \\
 & x^3-2x^2 \\ \hline
 & \qquad\qquad 4x-8 \\
 & \qquad\qquad 4x-8 \\ \hline
 & \qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

商 $= x^2+4$　　余り $= 0$

b)

$$
\begin{array}{r|l}
 & x+3 \\
x^2-3x+2 & x^3 \qquad\quad -9x+8 \\
 & x^3-3x^2+2x \\ \hline
 & \quad 3x^2-11x+8 \\
 & \quad 3x^2-9x+6 \\ \hline
 & \qquad\quad -2x+2
\end{array}
$$

商 $= x+3$　　余り $= -2x+2$

c)

$$
\begin{array}{r|l}
 & \frac{1}{2}x-\frac{3}{2} \\
2x^2-1 & x^3-3x^2 \qquad +4 \\
 & x^3 \qquad -\frac{1}{2}x \\ \hline
 & -3x^2+\frac{1}{2}x+4 \\
 & -3x^2 \qquad +\frac{3}{2} \\ \hline
 & \qquad \frac{1}{2}x+\frac{5}{2}
\end{array}
$$

商 $= \frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$　　余り $= \frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

d)

$$
\begin{array}{r|l}
x^2+ax-a^2 & x^3-ax^2-3a^2x
\end{array}
$$

商 $= x-2a$　　余り $= -2a^3$

3 $f(x)=x^3-3x+1$ とする.

a) $f(x)$ を $x-2$ で割ったときの余りを求めよ.

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2+2x \\
x-2 & x^3 \qquad -3x+1 \\
 & x^3-2x^2 \\ \hline
 & \quad 2x^2-3x \\
 & \quad 2x^2-4x \\ \hline
 & \qquad\quad x+1 \\
 & \qquad\quad x-2 \\ \hline
 & \qquad\qquad 3
\end{array}
$$

したがって 余りは 3

b) $f(2)$ の値を計算し，a) の結果と一致することを確かめよ.

$f(2)=2^3-3\times2+1=8-6+1=3$．これは，a) の結果と確かに一致している.

4 a) 剰余の定理を利用して，$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ を次の式で割ったときの余りを求めよ．

1) $x - 1$

$f(1) = 1 - 3 + 4 = 2$ $\therefore$ 余り $= 2$

2) $x - 2$

$f(2) = 8 - 12 + 4 = 0$ $\therefore$ 余り $= 0$

3) $x + 1$

$f(-1) = -1 - 3 + 4 = 0$ $\therefore$ 余り $= 0$

4) $x + 2$

$f(-2) = -8 - 12 + 4 = -16$ $\therefore$ 余り $= -16$

b) $x - 1$，$x - 2$，$x + 1$，$x + 2$ のうち $x^3 - 3x^2 + 4$ の因数になっているものを選べ．

$x - 2$ と $x + 1$

c) $x^3 - 3x^2 + 4$ を因数分解せよ．

$x^3 - 3x^2 + 4$ は $x - 2$ と $x + 1$ で割りきれるから，$(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$ で割りきれる．そこで，$x^3 - 3x^2 + 4$ を $x^2 - x - 2$ で割ると，商は $x - 2$. したがって，$x^3 - 3x^2 + 4 = (x^2 - x - 2)(x - 2) = (x+1)(x-2)(x-2) = (x+1)(x-2)^2$

5 $P(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$ とする．

a) $P(-1)$ を計算せよ．

$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 5 \times (-1) - 3 = -1 - 1 + 5 - 3 = 0.$

b) $P(x)$ を因数分解せよ．

$P(-1) = 0$ より，$P(x)$ は $x + 1$ で割りきれる．そこで，$P(x)$ を $x + 1$ で割ると，商は $x^2 - 2x - 3$. これを因数分解すると $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$. したがって，$P(x) = (x-3)(x+1)^2$.

6 $6x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 5x + 3$ をある整式 $P(x)$ で割ったら，商は $2x^2 - 3x + 1$，余りは $-2x + 5$ となった．整式 $P(x)$ を求めよ．

$6x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 5x + 3 = P(x)(2x^2 - 3x + 1) - 2x + 5$ が成り立つので，$P(x)$ は $(6x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 5x + 3) - (-2x + 5)$ を $2x^2 - 3x + 1$ で割った時の商である．これを計算すると，$P(x) = 3x^2 + x - 2$.

7 例えば，17 を 7 で割ると商は 2 で余り 3 であるが，これは $17 = 7 \times 2 + 3$ であることを意味する．一般に，割り算の商と余りの間には（割られる数）＝（割る数）×（商）＋（余り）という関係が成り立つ．これを分数で表すと，$\dfrac{\text{(割られる数)}}{\text{(割る数)}} = \text{(商)} + \dfrac{\text{(余り)}}{\text{(割る数)}}$ という形になる．つまり，$\dfrac{17}{7} = 2 + \dfrac{3}{7}$ が成り立つ．これは分数式でも同様で，$2x^2 - 5x + 1$ を $x - 2$ で割ると商が $2x - 1$ で，余りが -1 なので，$\dfrac{2x^2 - 5x + 1}{x - 2} = 2x - 1 + \dfrac{-1}{x - 2}$ のように表せる．一般に分子の次数が分母の次数と同じかそれ以上である分数式は $\dfrac{\text{(分子)}}{\text{(分母)}} = \text{(整式)} + \dfrac{\text{(分母より低次の整式)}}{\text{(分母)}}$ のように整式と分子が分母より低次の分数式との和の形に表せる．次の各々の分数式をこのように整式と分子が分母より低次の分数式との和の形にせよ．

a) $\dfrac{5x - 3}{x - 2} = 5 + \dfrac{7}{x - 2}$ （$5x - 3$ を $x - 2$ で割ったときの商は 5，余りは 7 だから）

b) $\dfrac{x^3}{x + 1} = x^2 - x + 1 - \dfrac{1}{x + 1}$ （x^3 を $x + 1$ で割ったときの商は $x^2 - x + 1$，余りは -1 だから）

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)