

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

$m$  は正の整数とする. 2つの整数  $a, b$  に対して,  $a - b$  が  $m$  で割りきれるとき,  $a$  と  $b$  は  $m$  を法として合同であるといい,  $a \equiv b \pmod{m}$ , または,  $m$  を法として  $a \equiv b$  と表す. この式を合同式という.

1 次の  の中に 0, 1, 2, 3, 4 の中から適する値を選べ.

a)  $16 \equiv \text{□} \pmod{5}$

b)  $28 \equiv \text{□} \pmod{5}$

c)  $39 \equiv \text{□} \pmod{5}$

d)  $47 \equiv \text{□} \pmod{5}$

合同式については次のような性質がある.

合同式の性質

$a \equiv b \pmod{m}, c \equiv d \pmod{m}$  のとき

(1)  $a + c \equiv b + d \pmod{m}, a - c \equiv b - d \pmod{m}$ .

(2)  $ac \equiv bd \pmod{m}$

(3)  $a^n \equiv b^n \pmod{m}$  ただし,  $n$  は正の整数.

2 5 を法として合同な 2 つの整数の組の例を 2 組あげ, 上の (1) (2) が成り立つことを確かめよ.

3  $17^{10}$  を 5 で割ったときの余りを求めよ.

4  $a \equiv b \pmod{m}$  であるとは, 整数  $k$  を用いて  $a - b = mk$  と表せることに他ならない. このことを用いて合同式の性質 (1), (2), (3) を証明せよ.

5 任意の整数の3乗は、7を法として、 $0, 1, -1$ のいずれかに合同であることを証明せよ。

7 次のような10個の数からなる集合  $A$  がある。

$$A = \{1, 3, 6, 14, 29, 60, 121, 249, 501, 1003\}$$

この中から任意の2つをとって作った差（大きい数から小さい数を引いたもの）の集合  $D$  を考える。例えば、 $6 - 1 = 5$ 、 $501 - 121 = 380$  だから、5 や 380 は  $D$  に属する。

a)  $D$  の要素の個数  $n(D)$  を求めよ。

b)  $A$  の要素を6を法として合同なもの同志に分類せよ。

6 a) 今日4月20日（木）は2023年の第110日目である。今年の元日は何曜日であったか。

b) 2022年1月1日は何曜日であったか。また、それはなぜか。

c) 2001年1月1日は何曜日であったか。また、それはなぜか。

c) 集合  $D$  の中に6を法として0と合同なものはいくつあるか。