入学年度	学部	学 科		組		番 号			検	フリガナ
										氏名

1　行列 P, Q, R, S を次のようにおく．これらの組み合わせのうち，積が定義できる場合すべてについて，その積を計算せよ．

$$P = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

一般に点 (x, y) を点 (x', y') に移す移動が a, b, c, d を定数として

$$\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = cx + dy \end{cases}$$

と表せるとき，この移動を**1次変換**といい，f，g などの記号を用いて表す．上の式は，行列を用いると，次のように表される．

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

上の式の1次変換を f で表すとき，f を**行列** $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ **の表す1次変換**，$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を**1次変換** f **を表す行列**という．

1次変換 f によって，点 (x, y) が点 (x', y') に移るとき，点 (x', y') を f による点 (x, y) の**像**という．

2　2つの1次変換 f，g を表す行列をそれぞれ $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} t & u \\ v & w \end{pmatrix}$ とする．1次変換 f によって点 $\mathrm{P}(x, y)$ が点 $\mathrm{P}'(x', y')$ に移り，さらに，1次変換 g によって点 $\mathrm{P}'(x', y')$ が点 $\mathrm{P}''(x'', y'')$ に移るとする．すなわち，次が成り立っているとする．

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & u \\ v & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

このとき，1次変換 f と g を続けて行う変換は，また1次変換になることを示し，その行列を求めよ．また，その行列が行列 A，B の積 BA に等しいことを示せ．［この1次変換を f と g の**合成変換**といい，$\boldsymbol{g \circ f}$ で表す．］

$\boxed{3}$ a) $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ とする． AB および BA を求めよ．

b) $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とする． a) を利用して $ad-bc \neq 0$ のとき $PA=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ となる行列 $P=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ を求めよ．また，このとき $AP=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ となることを確かめよ．

c) $A=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ とする． $PA=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ となる行列 $P=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ を求めよ．

d) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ の両辺に b) で求めた P を左から掛けることにより， $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を求めよ．

e) $\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3x + 4y = 3 \end{cases}$ を解け．

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)