

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 衛星放送のマーケットには V 社と W 社の 2 社がある。V 社の契約者は 1 期後には、60% が契約を継続するが、40% は W 社に変更する。また、W 社の契約者は 1 期後には、80% が W 社との契約を継続するが、20% は V 社に変更する。このとき次の間に答えよ。

a) 第 n 期の V 社のシェアを v_n 、W 社のシェアを w_n とする。このとき、ベクトル $\begin{pmatrix} v_{n+1} \\ w_{n+1} \end{pmatrix}$ はある行列 M とベクトル $\begin{pmatrix} v_n \\ w_n \end{pmatrix}$ を用いて $\begin{pmatrix} v_{n+1} \\ w_{n+1} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} v_n \\ w_n \end{pmatrix}$ と表わされる。行列 M を求めよ。

b) 上で求めた行列 M の固有値と固有ベクトルを求めよ。

c) 行列 M を対角化せよ。

d) M^n を求めよ。

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} M^n$ を求めよ。

f) 長期的には V 社と W 社のシェアはある一定の割合に近づくことを示せ。また、その割合を求めよ。

2] ある芸能事務所から「人気グループ“S”は解散する」と云う情報が漏れたとする。それを聞いた人はまた誰かにこのニュースを伝え、それを聞いた人はまた誰かに伝える。このようにして、「解散する」というニュースは広がっていく。いま、ある人が次の人に伝えるとき、聞いた内容を間違えて逆に伝える確率が10%であるとする。このとき、たくさんの人を経由した後、最初に歌手のいったことが正しく伝えられる確率がどのようになるかを調べたい。このうわさが n 人を経由した後、正しく伝わっている確率を a_n 、間違えて伝わっている確率を b_n とする。 $a_0 = 1$, $b_0 = 0$ である。

a) ある行列 A を用いて $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ と表せる。行列 A を求めよ。

b) 1] と同様にして A^n を対角化し $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ を求め、たくさんの人を経由した後にうわさが正しく伝わっている確率を求めよ。