2022 年度 後期　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　中央大学 経済学部

担当 鍬田 政人

微分積分 II — 期末試験

2023 年 1 月 17 日

時間 80 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと．これがない場合，大幅な減点をすることもある.

$\boxed{1}$ 次の不定積分を求めよ.

a) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1-2x}}\,dx$　（$1-2x=t$ とおく.）　　b) $\displaystyle\int (3x-1)e^{-x}\,dx$　（部分積分）

$\boxed{2}$ $f(x)=\sqrt{1+x}$ とおく.

a) $f'(x)$，$f''(x)$，$f'''(x)$ をそれぞれ計算せよ.

b) h を正の実数とするとき，$\sqrt{1+h}$ を $f(0)+f'(0)h+\dfrac{f''(0)}{2!}h^2$ で近似したときの誤差を評価せよ.

c) $\sqrt{105}=10\sqrt{1+\frac{1}{20}}$ という表示と，b) の近似式を応用して $\sqrt{105}$ の近似値を計算せよ．また，このようにして得られた近似値と $\sqrt{105}$ の値とは小数第何位まで一致するといえるか.

$\boxed{3}$ a) 関数 $f(x)=\log(1+x)+1-\sqrt{1+2x}$ の $x=0$ のまわりでの漸近展開を 4 次の項まで求めよ．ここで，次の漸近展開の公式は自由に用いてよい.

$$(1+x)^\alpha = 1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}x^n+o(x^n)$$

$$\log(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+o(x^n)$$

b) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)+1-\sqrt{1+2x}}{x^3}$ を求めよ

$\boxed{4}$ つぎの 2 変数関数のそれぞれについて，2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a) $f(x,y)=\sqrt{x-y^2}$　　b) $f(x,y)=(x-y)e^{-xy}$

$\boxed{5}$ 関数 $f(x,y)=x^3+3x^2-6xy+3y^2+3x-6y-9$ の臨界点（すべての偏微分が 0 になる点）をすべてもとめ，各臨界点において極大・極小を判定せよ.

$\boxed{6}$ (x,y) が $2x^2+2xy+3y^2=1$ をみたすとき，関数 $f(x,y)=x^2+4xy$ の最大値と最小値を Lagrange の乗数法を用いて求めよ.