入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

$\boxed{1}$ $f(x) = \dfrac{3x+2}{x+2}$ とする.

a) 関数 $y = f(x)$ の定義域を求めよ.

分母 $\neq 0$ より，定義域は $x \neq -2$. (正確には $\{\, x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq -2 \}$)

b) y を定数とし $f(x) = y$ を x の方程式とみなす．この方程式が解を持つための y の条件を求めよ．また，その条件がみたされるときの解 x を求めよ.

方程式 $y = \dfrac{3x+2}{x+2}$ の両辺に $x+2$ をかけて，

$$(x+2)y = 3x+2 \Leftrightarrow xy + 2y = 3x + 2 \Leftrightarrow (y-3)x = -2y+2$$

この最後の方程式は x の係数 $y-3$ が 0 ではないとき，すなわち $y \neq 3$ のときにのみ解を持ち，その時の解は $x = \dfrac{-2(y-1)}{y-3}$

c) 関数 $y = f(x)$ の値域を求めよ.

$y = f(x)$ が解を持つのは $y \neq 3$ のときなので，値域は $y \neq 3$. (正確には $\{\, y \mid y \in \mathbb{R}, y \neq 3\}$)

d) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ

$y = f(x)$ を $y \neq 3$ のときに解くと， $x = \dfrac{-2(y-1)}{y-3}$ なので， $f^{-1}(y) = \dfrac{-2(y-1)}{y-3}$. ここで，慣習に従って y を x と書き換えて， $f^{-1}(x) = \dfrac{-2(x-1)}{x-3}$

e) $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域はそれぞれ， $y = f(x)$ の値域と定義域なので，
$y = f^{-1}(x)$ の定義域は， $x \neq 3$，値域は $y \neq -2$.

$\boxed{2}$ $f(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ とする.

a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ.

根号内が $\geqq 0$ になること，分母が 0 にならないことより，定義域は $x > 0$.
$\sqrt{x}$ の値域は すべての負でない実数なので， $f(x)$ の値域は $y < 0$.

b) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求め， $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = -\frac{1}{\sqrt{x}}$ を x について解くと， $x = -\frac{1}{y^2}$. ここで， x と y を入れ換えて $y = -\frac{1}{x^2}$.
すなわち， $f^{-1}(x) = -\frac{1}{x^2}$.
$f^{-1}(x)$ の定義域は $f(x)$ の値域なので， $x < 0$.
値域は $f(x)$ の定義域なので $y > 0$.

$\boxed{3}$ $f(x) = \sqrt{-x+4}$ とする.

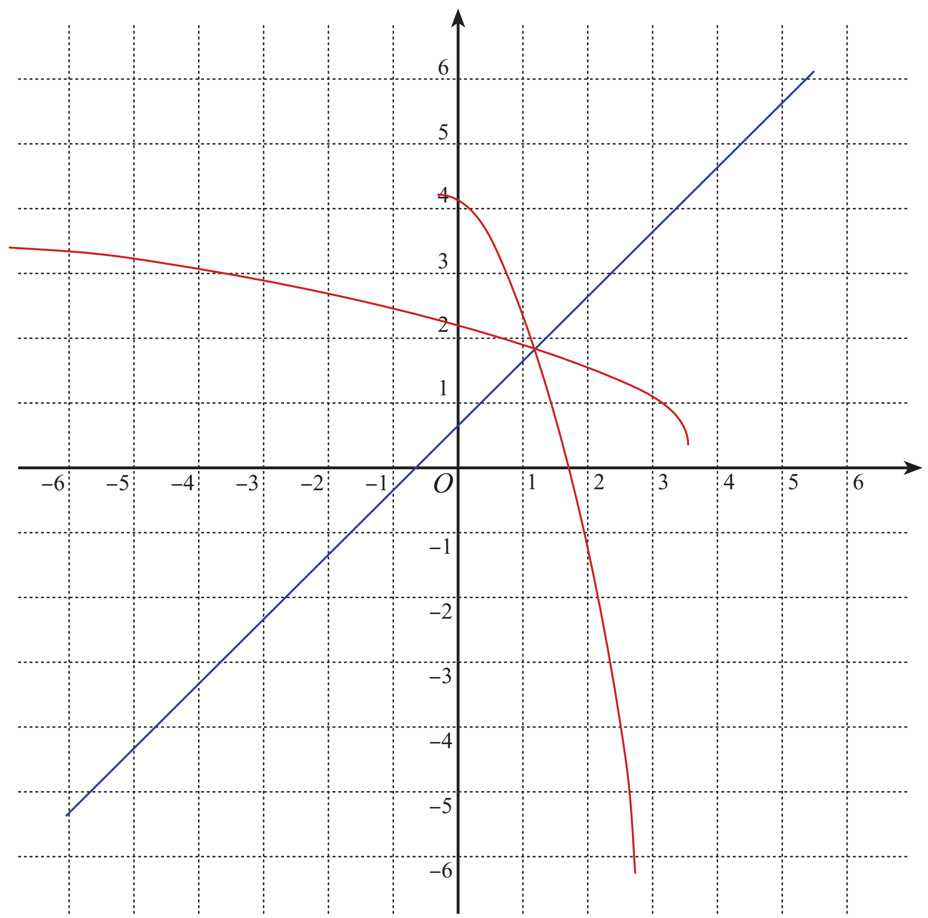
a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ.

定義域は根号内 $\geqq 0$ より， $x \leqq 4$,
値域は $y \geqq 0$.

b) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求め， $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = \sqrt{-x+4}$ の両辺を 2 乗すると， $y^2 = -x+4$. これを x について解くと，
$x = -y^2 + 4$. ここで， x と y を入れ換えて， $y = -x^2 + 4$.
すなわち， $f^{-1}(x) = -x^2 + 4$.
$f^{-1}(x)$ の定義域は $f(x)$ の値域なので $x \geqq 0$. 値域は $f(x)$ の定義域なので $y \leqq 4$.

c) $y = f(x)$ のグラフと逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを描け.



$\boxed{4}$ $f(x) = x^3 - 2$ とする.

a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ.

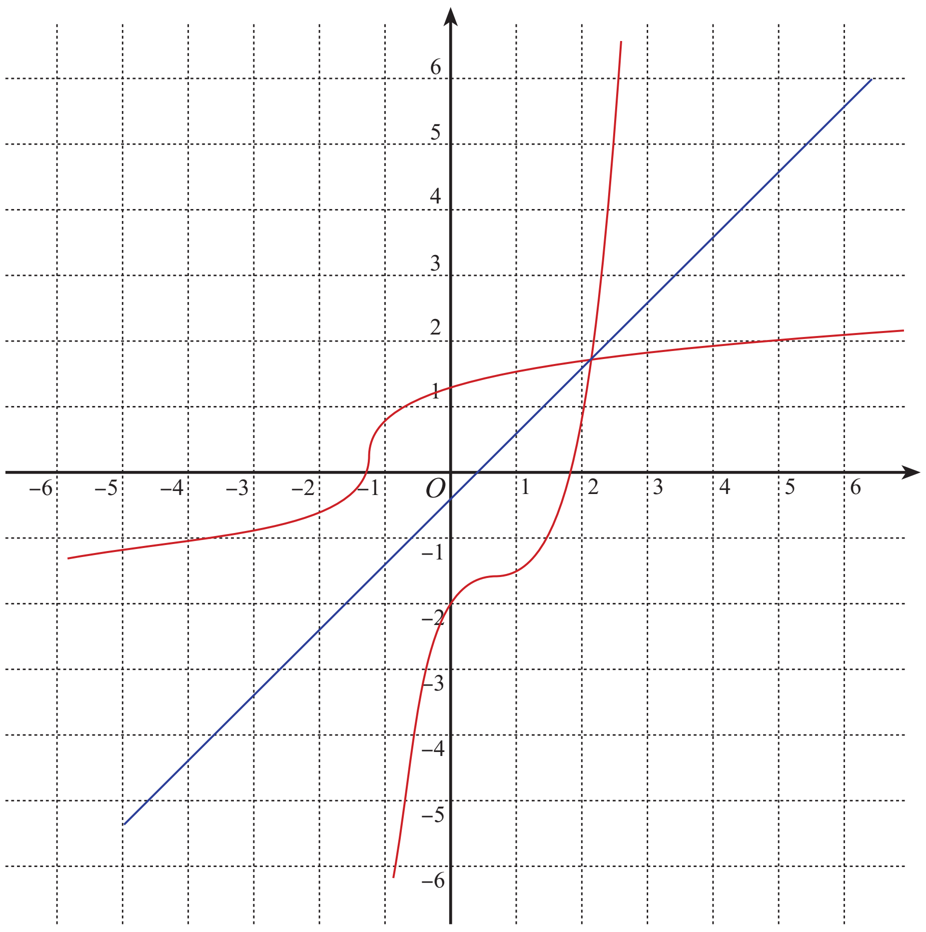
定義域は，実数全体 ($\mathbb{R}$),
値域も実数全体 ($\mathbb{R}$).

b) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求め， $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = x^3 - 2$ を x について解くと， $x = \sqrt[3]{y+2}$. ここで， x と y を入れ換えて， $y = \sqrt[3]{x+2}$.
すなわち， $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+2}$.

$f^{-1}(x)$ の定義域，値域ともに実数全体.

c) $y = f(x)$ のグラフと逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを描け.



$\boxed{5}$ $f(x) = \log_2(x+2)$ とする.

a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ.

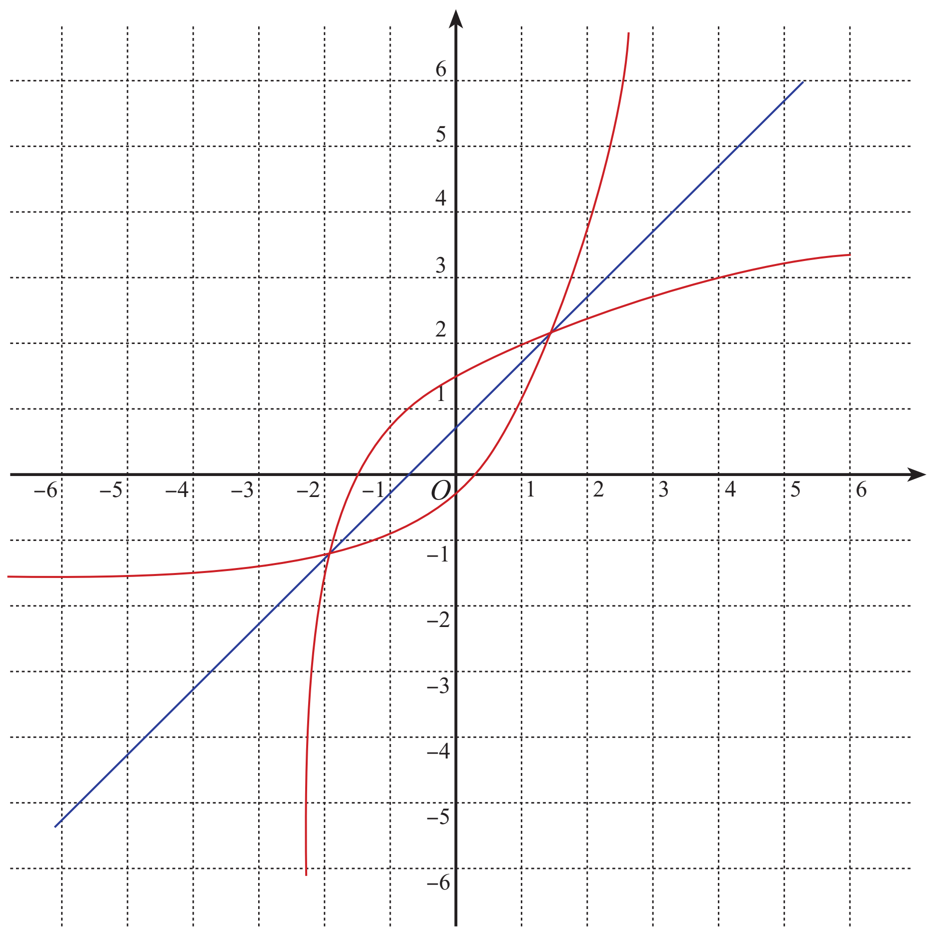
定義域は真数条件 $x + 2 > 0$ より， $x > -2$.
値域は $y = \log_2 x$ の値域が実数全体であることから，実数全体.

b) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求め， $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域をそれぞれ求めよ.

$y = \log_2(x+2)$ を x について解く． $2^y = x + 2$ より， $x = 2^y - 2$. ここで， x と y を入れ換えて，
$y = 2^x - 2$. すなわち， $f^{-1}(x) = 2^x - 2$.

$f^{-1}(x)$ の定義域は， $f(x)$ の値域である実数全体. $f^{-1}(x)$ の値域は $f(x)$ の定義域より， $y > -2$.

c) $y = f(x)$ のグラフと逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを描け.



担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)