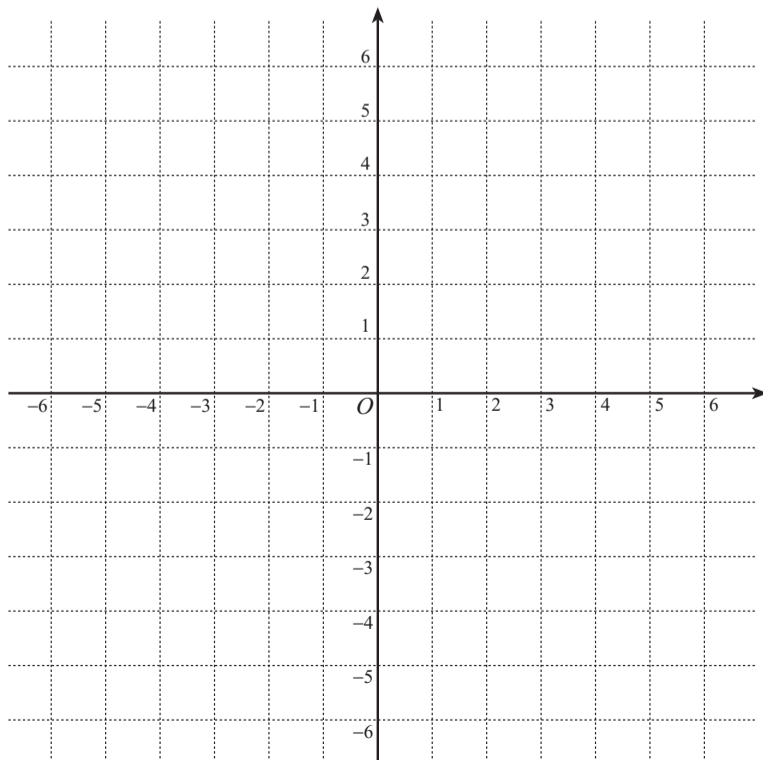


微分積分 I	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
火曜2限 担当: 鎌田 政人							

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に加えること. これがない場合、大幅な減点をすることもある.

1 $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ とする.

- a) $f(x)$ の定義域を述べよ.
- b) $f(x)$ を $a + \frac{b}{x-1}$ の形に表せ.
- c) x が -2 から $-2+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め、なるべく簡単な形で表せ. [ヒント: 前問の形に直してから計算するとよい.]
- d) $f(x)$ の $x = -2$ における微分係数を極限による定義を用いて直接計算せよ.
- e) $y = f(x)$ のグラフの $(-2, f(-2))$ における接線の方程式を求めよ.
- f) $y = f(x)$ のグラフ, e) で求めた接線, および直線 $y = x - 1$ を下の座標平面内に描け.



g) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = x - 1$ の交点を求めよ.

h) グラフを利用して不等式 $\frac{2x+1}{x-1} \leq x-1$ を解け.

i) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域を示せ.

j) $y = f(x)$ および $y = f^{-1}(x)$ の値域を示せ.

k) $(f \circ f^{-1})(x) = x$ が成り立つことを確かめよ.

2 次の各々の関数の導関数を求めよ.

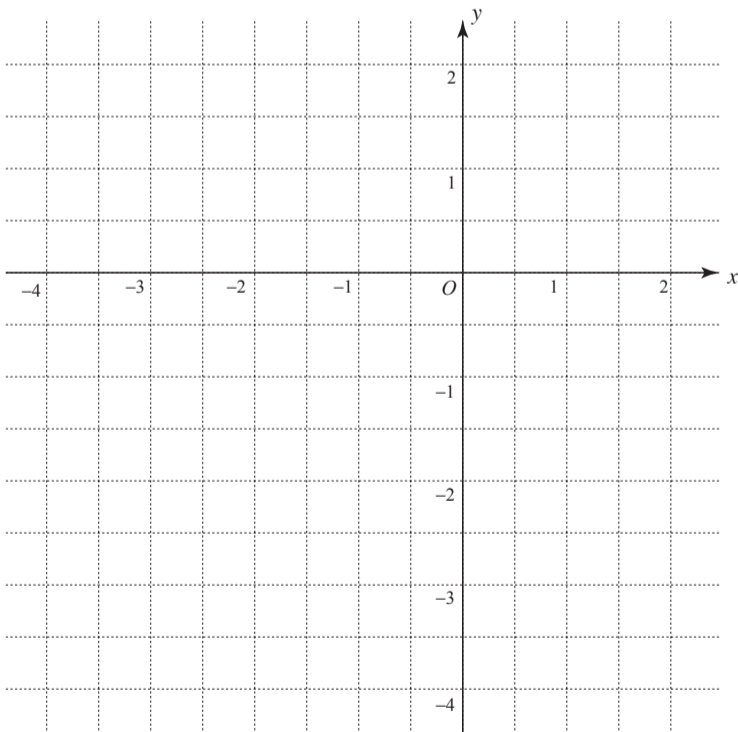
a) $f(x) = e^{\sqrt{1-x^2}}$

b) $f(x) = \log \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$

3 $f(x) = -\sqrt{-2x+3}$ とする。以下の問いに答えよ。

- a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ。
- b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域と値域を述べよ。
- c) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。(定義に戻る必要はない。)
- d) $y = f(x)$ のグラフの $(-3, f(-3))$ における接線の方程式を求めよ。

e) $y = f(x)$ のグラフ、 $(-3, f(-3))$ における接線、および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの3つを右上の座標平面内に描け。



4 $f(x) = \frac{8x}{3x^2+1}$ とする。

a) $f(1), f(2), f(3)$ をそれぞれ求めよ。

$f(1) =$ $f(2) =$ $f(3) =$

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

c) $f'(x) = 0$ となる x と、 $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ。

d) $f''(x) = \frac{144(x^3-x)}{(3x^2+1)^3}$ であることは既知として、 $f''(x) = 0$ となる x と、 $f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ。

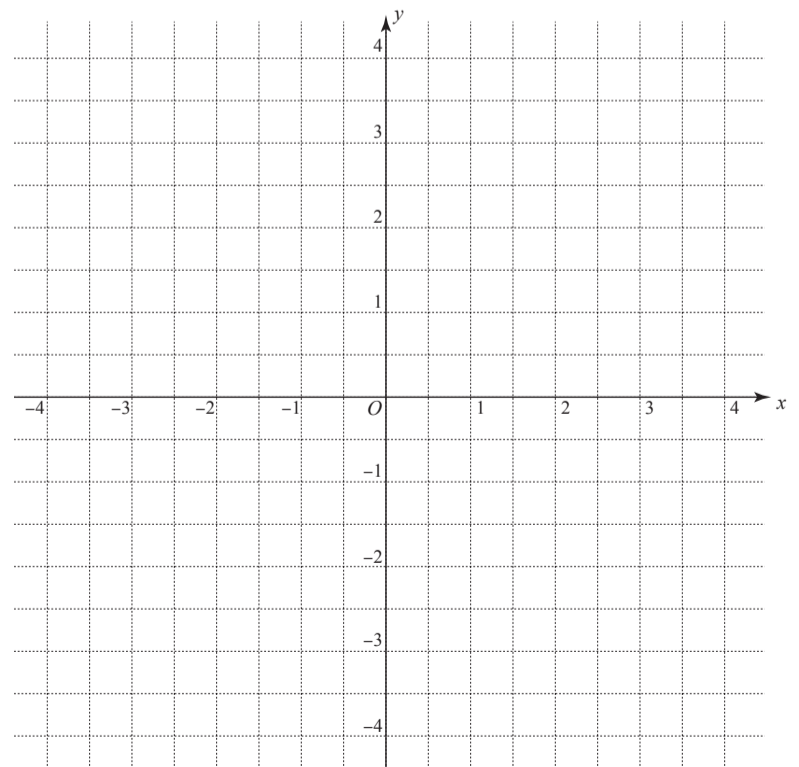
e) 関数 $f(x)$ の増減表を書き、グラフ $y = f(x)$ の凹凸を調べよ。(凹凸は曲がった矢印 ↗ ↘ ↙ ↖ で表すこと。)

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

f) $f(x)$ の極大値・極小値と、それをとるとき x の値を求めよ。

g) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ。

h) ここまでの結果を反映させ、 $y = f(x)$ のグラフを丁寧に描け。



微分積分 I	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名	
火曜2限 担当: 鎌田 政人								

6) $f(x) = \frac{\log x}{x}$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を述べよ.

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

c) $f'(x) = 0$ となる x と, $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

d) $f(x)$ の2次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

e) $f''(x) = 0$ となる x と, $f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

f) $f(x)$ の増減表を完成させよ。(増減だけでなくグラフの凹凸も調べ、曲がった矢印 ↗ ↘ ↙ ↘ で表すこと.)

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

g) $f(x)$ が極大・極小となる x の値を求めよ.

h) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ.

i) f) の増減表を用い, $\frac{\log \pi}{\pi} < \frac{\log 3}{3}$ を示せ.

j) i) の結果を用い, π^3 と 3^π のどちらが大きいかを示せ.

[ヒント: まず, $3 \log \pi$ と $\pi \log 3$ の大小を比較せよ.]

— 以上 —

【解答用紙が足らなければこの部分も使用して下さい】