

基礎数学 B2 — 期末試験

2023 年 1 月 17 日

時間 90 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1] c を定数とし, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} c(x-1)^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x < 0 \text{ または } x > 1 \end{cases}$$

で定義する.

- 1) $f(x)$ が確率密度関数になるように c の値を定めよ.
- 2) $f(x)$ が確率密度関数であるとき, それを確率密度関数とする確率変数 X について以下の値を求めよ.
 - a) 平均 $\mu = E(X)$
 - b) 分散 $\sigma^2 = V(X)$
 - c) 確率 $P(X < \frac{1}{2})$

2] ヤクルト・村上宗隆選手は 2022 年シーズンで 612 回打席に立ち, 56 本塁打を打った. すなわち, 村上選手のホームランを打つ確率は $56/612 = 9.15\%$ であった.

- 1) 村上選手のホームランを打つ確率は昨シーズンと変わらないとして, 2023 年シーズンの最初の 100 打席で打つホームラン数を X とする. X は二項分布にしたがうが, その分布を $B(n, p)$ の形に表せ. また, X の期待値, 標準偏差を求めよ.
- 2) 村上選手が 2023 年シーズンの最初の 100 打席でのホームラン数が 15 本を超える確率を, 正規分布による近似を用いて求めよ.

3] ある航空会社では, 搭乗客の機内持ち込み荷物の重量は標準偏差 2.5kg の正規分布に従っているという.

- 1) 100 人について持ち込み荷物の重量を計測したところ, 持ち込み荷物の平均重量は 5kg であった. 搭乗客全体の持ち込み荷物の平均重量 μ を信頼度 95% で区間推定せよ.
- 2) 平均重量 μ の推定値の 95% 信頼区間の幅を 0.5kg 以下にするには, 何人を計測すればよいか.

4] 政府の統計資料によれば, 2019 年の日本の 17 歳男子の身長は平均 170.8 cm, 標準偏差 5.8 cm の正規分布にほぼ従っていたとみなせる.

- 1) 日本全国の 17 歳男子のうち, 身長が 180cm 以上の人はおよそ何% いると考えられるか.
- 2) ある都市に住む 17 歳男子 100 人を無作為に抽出して身長を計測したところ, その平均は 171.8 cm であった. この都市に住む 17 歳男子の身長は全国平均に比べて高いと言えるかを, 有意水準 5% で検定せよ.

【裏に続く】

5] サッカーの W 杯カタール大会の試合をインターネット配信で視聴した人の割合をを調べるために、無作為抽出により 400 人を選んで調べたところ、70 人がインターネット配信で視聴したと答えた。インターネット配信の視聴率を信頼度 95% で推定せよ。

6] 某国首相の支持率は 35% でほぼ一定であったが、首相の支持率が下がったのではないかという憶測が出ている。次回の調査で 100 人に大統領を支持するかを尋ねたとき、「支持する」が何人以下になったら、首相の支持率が下がったと結論づけられるか。有意水準は 5% とする。

7] ある数学の授業で、中間試験試験の結果 X と期末試験の結果 Y について、次のような数値が得られた。

$$E(X) = 74.96, \quad E(Y) = 64.06, \quad E(X^2) = 5876, \quad E(Y^2) = 4438, \quad E(XY) = 5010$$

- X と Y の間の相関係数 r を求めよ。
- 回帰直線 $Y = a + bX$ を求めよ。
- 中間試験で 80 点とった学生の期末試験の成績は何点になると予測できるか。
- 期末試験で合格点 60 点を取るための目安としなる中間試験の点数は何点ぐらいか。