入学年度		学部	学 科		組		番 号			検	フリガナ	
											氏 名	

1

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 1) \\ (2-x) & (1 \leq x \leq 2) \\ 0 & (x < 0, 2 < x) \end{cases}$$

で定義される $f(x)$ を確率密度関数とする確率変数 X について $P\left(X < \frac{1}{2}\right)$, 平均 $\mu = E(X)$, 標準偏差 $\sigma = \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ をそれぞれ求めよ.

2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-x^2) & (-1 \leq x \leq 1) \\ 0 & \text{（その他）} \end{cases}$$

で定義される $f(x)$ を確率密度関数とする確率変数 X について $P\left(X < \frac{1}{2}\right)$, 平均 $\mu = E(X)$, 標準偏差 $\sigma = \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ をそれぞれ求めよ.

3 あるハンバーガー店のドライブスルーでのお客さんの到着間隔 Y (分) は次の確率密度関数で表される指数分布に従っているとする.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}} & x \geqq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

a) 平均到着間隔はいくらか.

b) 5 分間車が来ない確率を求めよ．ただし $e^{-5/3} \approx 0.189$ である.

［微分積分を履修していない人へ］ e とは，π と同様にある実数の定数であって，その値は $e = 2.718281828459045\ldots$ であり，「Napier の数」とか「自然対数の底」と呼ばれる．e のもつ一番大事な性質は，指数関数 $f(x) = e^x$ を考えると，その導関数が $f'(x)$ が e^x に一致すること，すなわち

$$(e^x)' = e^x$$

であることである．2^x や 10^x の導関数はこのように簡単には表されず，微積分がかかわる理論においては指数関数は通常 e を底とする指数関数 e^x を用いる.

連鎖律（合成関数の微分公式）：$\big(f(g(x))\big)' = f'(g(x))g'(x)$ を用いれば，a を定数とするとき，

$$(e^{ax})' = ae^{ax}, \qquad \int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C$$

が成り立つ．また，a が正数のとき，x を大きくするにしたがって e^{-ax} は急激に減少する関数で，どんな自然数 n に対しても $\lim_{x\to+\infty} x^n e^{-ax} = 0$ となる．これより，

$$\int_0^{+\infty} e^{-ax}\,dx = \left[\frac{-1}{a}e^{-ax}\right]_0^{+\infty} = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{-1}{a}e^{-ax}\right) - \left(\frac{-1}{a}e^0\right) = \frac{1}{a}$$

が成り立つ．また，部分積分の公式：$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = \Big[f(x)g(x)\Big]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$ により，

$$\int_0^{+\infty} xe^{-ax}\,dx = \left[x\cdot\frac{-1}{a}e^{-ax}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty}\frac{-1}{a}e^{-ax}\,dx = \frac{1}{a}\int_0^{+\infty} e^{-ax}\,dx = \frac{1}{a^2}$$

が成り立つ.