

## 復習問題 略解

1 a)  $A \cap B = \{n \mid n \text{ は } 6 \text{ の倍数}\}$  だから,  $n(A \cap B) = 16$ .

b)  $n((A \cap B) \cup C) = n(A \cap B) + n(C) - n(A \cap B \cap C) = 16 + 20 - 3 = 33$

2 a)  $3 < a \leq 5$

b)  $6 \leq a < 7$

c)  $B \subset A$  となるような  $a$  の範囲を求めればよい. そのような  $a$  の範囲は  $a \geq 8$ .

3 a) 36 個 ( $U = \{(a, b) \mid a, b \text{ は } 1 \text{ から } 6 \text{ までの自然数}\}$  だから,  $n(U) = 36$ )

b)  $2^{36}$  個

c)  $A = \{(4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

d)  $\bar{B}$  は「出た目の数がともに偶数である」であり,  $n(\bar{B}) = 3 \times 3 = 9$ . したがって,  $n(B) = n(U) - n(\bar{B}) = 27$ .

e)  $A \cap B = \{(4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5)\}$  より,  $n(A \cap B) = 5$ .  $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{5}{8}$ . また,  $P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ ,  $P(B) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$  なので,  $P(A \cap B) = \frac{5}{36} \neq P(A)P(B) = \frac{6}{36}$  だから,  $A$  と  $B$  は独立ではない.

4 a)

ガン \ 試薬	有	無	計
陽性	0.9%	4.95%	5.85%
陰性	0.1%	94.05%	94.15%
計	1%	99%	100%

b)  $\frac{0.9}{5.85} \approx 0.154 (= 15.4\%)$

5  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  より  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{1}{10}$ .  
また,  $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$ .

6  $A$ : 「どちらかが偶数」,  $B$ : 「両方の目が偶数」とすると, 求める確率は  $P_A(B)$ .  $P(A) = \frac{3}{4}$ ,  $P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{4}$  だから,  $P_A(B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$ .

7  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{3}{13}$ ,  $P(C) = \frac{1}{26}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{3}{52} = P(A)P(B)$ ,  $P(A \cap C) = \frac{1}{52} \neq P(A)P(C)$ ,  
 $P(B \cap C) = \frac{1}{26} \neq P(B)P(C)$ . したがって,  $A$  と  $B$  は独立,  $A$  と  $C$ ,  $B$  と  $C$  は独立ではない.

8 a)  $X \sim B(4, \frac{1}{2})$  だから,  $E(X) = 2$ ,  $V(X) = 1$ .

b)  $E(X) = \frac{35}{18} \approx 1.94$ ,  $V(X) = \frac{655}{324} \approx 2.05$

c) 

$X$	0	1	2	3	計
$P$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

 より  $E(X) = \frac{12}{7}$ ,  $V(X) = \frac{24}{49}$ .

9] 表の出た硬貨の金額の和を  $X$  とする. 確率分布は 

$X$	0	50	100	150	計
$P$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

 だから,  $E(X) = 75$  (円),  $\sigma(X) = 25\sqrt{5} \approx 55.9$  (円)

10]  $E(Y) = aE(X) + b$ ,  $V(Y) = a^2V(X)$  が成り立つので,  $\begin{cases} 0 = 5a + b \\ 1 = 100a^2 \end{cases}$  を解いて,  $a = \frac{1}{10}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ .

11] さいころの出る目の数を  $Y$ , 表の出た硬貨の枚数を  $Z$  とすると,  $X = YZ$ .  $Y$  と  $Z$  は明らかに独立であるから,  $E(X) = E(YZ) = E(Y)E(Z)$ . そして,  $E(Y) = \frac{7}{2}$ ,  $E(Z) = 1$  だから  $E(X) = \frac{7}{2}$ .

12] a)  $X \sim B(1000, 0.05)$

b)  $E(X) = 1000 \times 0.05 = 50$ ,  $V(X) = 1000 \times 0.05 \times (1 - 0.05) = 47.5$ .

13] a)  $X$  の確率分布は 

$X$	0	1	2	3	計
$P$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	1

 $E(X) = \frac{3}{2}$ ,  $V(X) = \frac{15}{28}$ .

b)  $Y \sim B(4, \frac{3}{8})$  だから,  $E(Y) = \frac{3}{2}$ ,  $V(Y) = 4 \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{16}$ .

14] a)  $X \sim B(6, \frac{1}{3})$ ,  $E(X) = 2$ ,  $V(X) = \frac{4}{3}$ ,  $\sigma(X) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

b) 3 の倍数の目が出なかった回数は  $6 - X$  だから,  $Y = (+2)X + (-1)(6 - X) = 3X - 6$

c)  $E(Y) = E(3X - 6) = 3E(X) - 6 = 2 \times 3 - 6 = 0$ ,  $V(Y) = V(3X - 6) = 3^2V(X) = 12$ ,  $\sigma(X) = 2\sqrt{3}$ .