入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ / 氏名

1 ２つの壺があり，片方の壺 1 には赤い球が 9 個と白い球が 1 個, もう一方の壺 2 には赤い球 1 個と白い球が 9 個入っている．いま無作為に壺を選び，１個の球を取り出してその色を調べ，その球をとり出した壺に戻して，もう一度同じ壺から球を取り出すという試行を考える．

この試行において「まず壺 1 を選び，最初に選んだ球が赤，２度目に選んだ球が白である」という結果を $(1, R, W)$ と表すこととして，標本空間 Ω を

$$\Omega = \{(1, R, R), (1, R, W), (1, W, R), (1, W, W),\\ (2, R, R), (2, R, W), (2, W, R), (2, W, W)\}$$

と定める．

a) この確率モデルにおいて，$P(\{(1, R, R)\}), P(\{(2, R, R)\})$ はそれぞれどのような値であるか．

b) 「最初に選んだ球は赤である」という事象を A，「2 度目に選んだ球は赤である」という事象を B とする．A，B をそれぞれ外延的記法で表せ．

c) 「最初に選んだ球は赤であり，２度目に選んだ球も赤である」という事象は $A \cap B$ と表せるが，その確率 $P(A \cap B)$ をもとめよ．

d) 事象 A をあらためて標本空間とみなして Ω_A とおき，新たな確率モデルを考える．このとき「2 度目に選んだ球も赤である」という事象を Ω_A の事象，すなわち Ω_A の部分集合とみたとき，これを外延的記法で表せ．またこの事象の確率はこの新たなモデルでどのようになるか．

2 ある大学の学生の数学と英語の成績分布は次の表の通りであった．

数学 ＼ 英語	A	B	C
A	15%	15%	5%
B	10%	20%	10%
C	5%	10%	10%

この学生の中から無作為に 1 人を選んで，その学生の数学と英語の成績を尋ねるという試行において，標本空間 Ω を $\Omega = \{(X, Y) \mid X$ は数学の成績，Y は英語の成績$\}$ と設定する．そして，数学の成績が A であるという事象を M，英語の成績が A であるという事象を E とする．

a) 事象 M をあらためて標本空間とみなし，Ω_M とおく．Ω_M を外延的記法で表せ．

b) Ω_M を標本空間とするとき，Ω_M の各事象 N についてその確率を $P_M(N)$ と書く．事象 $\{(\mathrm{A}, \mathrm{A})\}$，$\{(\mathrm{A}, \mathrm{B})\}$，$\{(\mathrm{A}, \mathrm{C})\}$ の確率 $P_M(\{(\mathrm{A}, \mathrm{A})\})$，$P_M(\{(\mathrm{A}, \mathrm{B})\})$，$P_M(\{(\mathrm{A}, \mathrm{C})\})$ をそれぞれ求めよ

c) こんどは事象 E を標本空間とみなし，Ω_E とする．Ω_E を外延的記法で表せ．

d) ある学生を選んだとき，その学生の英語の成績は A であった．この学生の数学の成績が C である確率を求めよ．

3 ある会社で同じ製品を2つの工場 X, Y で製造していて，製品に不良品が含まれる確率は，工場 X では4%，工場 Y では5%であるという．いま，工場 X の製品1000個と工場 Y の製品800個がある．

a) 下の表を完成させよ．

良・不良 / 工場	良品	不良品	計
X	個	個	1000個
Y	個	個	800個
計	個	個	個

これら1800個の製品の中から無作為に1個を取り出すとき，取り出した製品が X で製造された良品であることを $(X, \text{良})$ などと表すことにし，この試行の標本空間を $\Omega = \{(X,\text{良}), (X,\text{不良}), (Y,\text{良}), (Y,\text{不良})\}$ とおく．

b) 取り出した製品が工場 X の良品である確率 $P(\{(X,\text{良})\})$ を求めよ．

c) 取り出した製品が良品であるという事象を A とする． $P(A)$ を求めよ．

d) これら1800個の製品の中から1個を取り出したとき，それは良品であった．このとき，この製品が工場 X で生産されていた確率を求めよ．

4 ある街でタクシーによるひき逃げ事故があった．その街にはそれぞれ緑色のタクシーと青色のタクシーを使っている2つのタクシー会社がある．その街で走っているタクシーの85%は緑色のタクシーであり，15%は青色のタクシーである．目撃者はひき逃げタクシーは青色であったと証言した．その時間帯のその場所でその証言の識別力を調べたところ，緑色と青色のタクシーのそれぞれに対して，常に80%は正しく識別できることが明らかになった．さて，事故を起こしたタクシーが本当に青色タクシーであった確率は求めたい．

a) 例えば，実際のタクシーの色が緑色なのに目撃者が青色であると識別する事象を (G, B) と表すことにし，標本空間 $\Omega = \{(G,G), (G,B), (B,G), (B,B)\}$ とする．このとき， $P(\{(G,G)\})$， $P(\{(G,B)\})$， $P(\{(B,G)\})$， $P(\{(B,B)\})$ をそれぞれ求めよ．

b) 次の表の空欄を埋めよ．

証言 / タクシー	緑	青	計
緑	%	%	%
青	%	%	%
計	%	%	%

c) 目撃者が青色であると証言する事象を A とする． A を外延的記法で表し，その確率 $P(A)$ を求めよ．

d) タクシーの色が青である事象を B とする．目撃者が青色であると証言したとき，実際にタクシーの色が青である確率 $P_A(B)$ を求めよ．

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)