

基礎数学 B1	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
火曜4限 担当: 鎌田 政人							

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に加えること。これがない場合、大幅な減点をすることもある。

1 実数全体の集合  $U$  の部分集合  $A, B$  を次のように定める.

$$A = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の正の約数}\},$$

$$B = \{x \mid |x - 5| \leq a\}$$

ただし、 $a$  は正の定数とする.

a)  $A$  を外延的記法 (要素をすべて並べて表す表し方) によって表せ.

$$A =$$

b)  $a = 2$  のとき、 $A \cap B$  の部分集合をすべて求めよ.

c)  $A \subset B$  となるような  $a$  の範囲を求めよ.

2 1枚の硬貨を3回投げる試行において、表をH、裏をTで表し、例えば、1回目に表、2回目と3回目に裏が出るという結果を記号(H, T, T)で表すことにする.

a) この試行の標本空間  $\Omega$  を上の記号を用いて表せ.

$$\Omega =$$

b)  $\Omega$  の要素の個数、およびこの試行におけるすべての事象の個数を求めよ.

$$n(\Omega) =$$

$$\text{事象の個数} =$$

c) 「少なくとも2回表が出る」事象を  $A$  とする.  $A$  を表す集合を外延的記法によって表せ.

$$A =$$

d) 「表と裏がどちらも少なくとも1回以上出る」という事象を  $B$  とする.  $A \cap B$  を表す集合を外延的記法によって表せ.

$$A \cap B =$$

e) 確率  $P(A), P(B), P(A \cap B)$  を求めよ.

$$P(A) =$$

$$P(B) =$$

$$P(A \cap B) =$$

f) 事象  $A$  と事象  $B$  は独立であるかどうかを判定せよ.

3 事象  $A, B$  について、 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$  であるとする.

a)  $P(A \cup B) = \frac{3}{8}$  であるとき、 $P(A \cap B)$  を求めよ. また、このとき事象  $A$  と  $B$  は独立であるかを判定せよ.

b) 事象  $A$  と  $B$  が独立であるとき、 $P(A \cup B)$  を求めよ.

4 2種のかぜA型、B型が流行している. A型にかかっている人は、かぜ患者全体の70%、B型の患者は30%である. これらのかぜで、熱が38°Cを超えた人の割合は、A型で40%、B型では50%である. A型のかぜにかかっているという事象を  $A$ 、熱が38°Cを超えているという事象を  $F$  とし、以下の問いに答えよ.

a) 問題文から直接  $P(A), P_A(F), P_{\bar{A}}(F)$  を求めよ.

$$P(A) =$$

$$P_A(F) =$$

$$P_{\bar{A}}(F) =$$

b)  $P(A \cap F), P(\bar{A} \cap \bar{F})$  を求めよ.

$$P(A \cap F) =$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{F}) =$$

c) ぜのかぜの型と、熱が38°Cを超す割合を表す下の一覧表を完成させよ.

型 \ 熱	38°C 以上 ( $F$ )	38°C 未満 ( $\bar{F}$ )	計
A 型 ( $A$ )	%	%	%
B 型 ( $\bar{A}$ )	%	%	%
計	%	%	100%

d) ある人がかぜをひき、熱が38°Cをこえた. このかぜがA型である確率を求めよ.

5 1 から 5 までの番号をつけた 5 枚のカードから、1 枚のカードを取り出し、書かれている数字を記録してもとに戻す。これを 2 回繰り返すとき、記録された数の大きい方を  $X$  とする。ただし、2 回とも同じ数のときはその数を  $X$  の値とする。

a)  $X$  の確率分布を求めよ。

$X$							計
$P$							

b)  $X$  の期待値と分散を求めよ。

c) 確率変数  $Y$  を 1 次式  $Y = aX + b$  で定める。ただし、 $a, b$  は定数で、 $a > 0$  とする。 $Y$  の期待値が 0、分散が 1 となるような  $a, b$  の値を求めよ。

6 確率変数  $X$  に対し、その分散  $V(X)$  は、 $\mu = E(X)$  とおいて、 $V(X) = E((X - \mu)^2)$  と定義される。いま、 $a, b, c$  を定数とすると、期待値について  $E(aX^2 + bX + c) = aE(X^2) + bE(X) + c$  が成り立つことを用いて、 $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$  を証明せよ。

7 あるバスケットボール選手が 3 ポイントシュートを成功させる確率は 40% であるという。この選手が 1 シーズン 800 回 3 ポイントシュートを試みたとして成功する回数を  $X$  とする。 $X$  の期待値と分散を求めよ。

8 原点  $O$  から出発して、数直線上を動く点  $P$  がある。コインを 3 枚投げ、すべて表が出たならば  $P$  は +6 だけ移動し、そうでなければ -1 だけ移動する。この 3 枚のコイン投げを 15 回繰り返すとき、3 枚とも表が出た回数を  $X$  とし、そのときの  $P$  の座標を  $Y$  とする。以下の問いに答えよ。

a)  $X$  は二項分布に従う。その分布を  $B(n, p)$  の形で表せ。

$$X \sim$$

b)  $X$  の期待値、分散を求めよ。

$$E(X) =$$

$$V(X) =$$

c)  $X$  と  $Y$  の関係を式で表せ。

d)  $Y$  の期待値、分散を求めよ。

$$E(Y) =$$

$$V(Y) =$$