入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ
						氏 名

1 あるバスの路線では，バスの乗車を予約した人が実際に利用する確率は 95%であるという．座席数 48 に対して 50 人が乗車券を予約したとすると，座席が不足する確率はいくらか．ただし， $0.95^{49} = 0.081$ として計算せよ．

実際にバスを利用する人数を X とすると， $X \sim B(50, 0.95)$

求める確率は $P(X > 48)$.

$$
\begin{aligned}
P(X > 48) &= P(X = 50) + P(X = 49) \\
&= {}_{50}C_{50}\,0.95^{50} + {}_{50}C_{49}\,0.95^{49}(1 - 0.95)^{50-49} \\
&= 0.95^{50} + 50 \times 0.95^{49} \times 0.05 \\
&= 0.95^{49}(0.95 + 2.5) = 0.081 \times 2.45 = 0.27945 \\
&\fallingdotseq 0.28\ (= 28\%)
\end{aligned}
$$

2 ある会社で発売しているパンジーの種子の発芽率は，温度 18°C のとき 60%であるという．この会社で発売したパンジーの種子 100 個を，温度 18°C に下温室にまくとき，芽を出すパンジーの本数 X の期待値と標準偏差を求めよ．

$X \sim B(100, 0.6)$ より，

$E(X) = 100 \times 0.6 = 60$

$V(X) = 100 \times 0.6 \times (1 - 0.6) = 24$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

3 1 枚で 10 点を表すコインを 9 枚同時に投げるとき，次の問に答えよ．

a) 表が出る枚数 X の期待値，分散，標準偏差を求めよ．

$X \sim B\left(9, \frac{1}{2}\right)$ より，

$E(X) = 9 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

$V(X) = 9 \times \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

b) a) で表が出たコインをすべてもらえるとする．このときの得点 Y の期待値，分散，標準偏差を求めよ．ただし，手数料として 20 点は差し引かれるものとする．

$Y = 10X - 20$ だから，

$E(Y) = E(10X - 20) = 10E(X) - 20 = 10 \times \frac{9}{2} - 20 = 25$

$V(Y) = V(10X - 20) = 10^2 V(X) = 10^2 \times \frac{9}{4} = 225$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{225} = 15$

$\boxed{4}$ さいころが 1 個，硬貨が 1 枚ある．持ち点 0 からはじめて，さいころを投げるときは，出る目の数を持ち点に加え，硬貨を投げるときは，表ならば持ち点を 2 倍にし，裏ならそのままとする．さいころ，硬貨，さいころの順に計 3 回投げるとき，持ち点 Z の期待値を求めたい．

a) 最初と最後に投げたさいころの出た目の数を，それぞれ X_1，X_2 とする．また，確率変数 Y を，硬貨を投げたときに表が出たなら 2，裏が出たなら 1 という値をとる確率変数とする．X_1，Y，X_2 の期待値を求めよ．

$$E(X_1) = E(X_2) = \frac{7}{2}$$
$$E(Y) = 2 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

b) 持ち点を Z を X_1，Y，X_2 で表せ．

$$Z = YX_1 + X_2$$

c) = Z の期待値を求めよ．

$$\begin{aligned} E(Z) &= E(YX_1 + X_2) \\ &= E(YX_1) + E(X_2) \\ &= E(Y)E(X_1) + E(X_2) \qquad (X_1 \text{ と } Y \text{ は独立だから．}) \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{7}{2} + \frac{7}{2} \\ &= \frac{35}{4} \end{aligned}$$

$\boxed{5}$ 【発展問題】2018 年の FIFA サッカー W 杯で行われた全 64 試合について，各チームが 1 試合中に挙げた得点についてのデータを表にしてみると下のようになった．

得点	0	1	2	3	4	5	6	7	計
試合数	33	45	35	10	2	2	1	0	128

a) チームが 1 試合に挙げた得点を確率変数 X とみなしたとき，確率分布を求めよ．

X	0	1	2	3	4	5	6	7	計
P	0.258	0.352	0.273	0.078	0.016	0.016	0.008	0.000	1

b) 1 チームが 1 試合に挙げた平均得点 μ を求めよ．

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{128}(0 \times 33 + 1 \times 45 + 2 \times 35 + 3 \times 10 + 4 \times 2 + 5 \times 2 + 6 \times 1) \\ &= \frac{169}{128} \fallingdotseq 1.32 \end{aligned}$$

c) μ を b) でもとめた平均得点とする．Y を二項分布 $B\left(90, \frac{\mu}{90}\right)$ に従う確率変数とするとき，Y の確率分布を求めよ．

Y	0	1	2	3	4	5	6	7	計
P	0.264	0.354	0.234	0.103	0.033	0.009	0.002	0.000	0.999

* 授業中に示した平均値の計算には誤りがありました．正しい平均値 $\mu = 1.32$ を用いて作った表は上のようになります．申し訳ありませんでした．*

$P(Y = k) = {}_{90}\mathrm{C}_k \left(\frac{1.32}{90}\right)^k \left(1 - \frac{1.32}{90}\right)^{90-k}$ であるが，これはスマートフォンや Excel などを用いれば容易に計算できる．

a) と b) の分布がよく似ていることに注目．サッカーの得点の分布は，当たる確率が $\frac{1.32}{90}$(= 1 分間に得点の入る確率) である低い確率のくじを 90 本引いたときの当たった本数の分布で近似できることを意味している．

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)