入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ
						氏 名

$\boxed{1}$ $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+2}$ とする.

a) 関数 $y=f(x)$ の定義域を示せ.

分母 $\neq 0$ より，定義域は $x\neq -2$. (正確には $\{x \mid x\in\mathbb{R}, x\neq -2\}$)

b) 逆関数 $y=f^{-1}(x)$ を求めよ.

方程式 $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$ の両辺に $x+2$ をかけて， $(x+2)y=3x+2 \Leftrightarrow xy+2y=3x+2 \Leftrightarrow (y-3)x=-2y+2$. この最後の方程式は x の係数 $y-3$ が 0 ではないとき，すなわち $y\neq 3$ のときにのみ解を持ち，その時の解は $x=\dfrac{-2(y-1)}{y-3}$. 従って， $f^{-1}(y)=\dfrac{-2(y-1)}{y-3}$.

ここで，慣習に従って y を x と書き換えて， $f^{-1}(x)=\dfrac{-2(x-1)}{x-3}$.

c) $y=f^{-1}(x)$ の定義域を示せ.

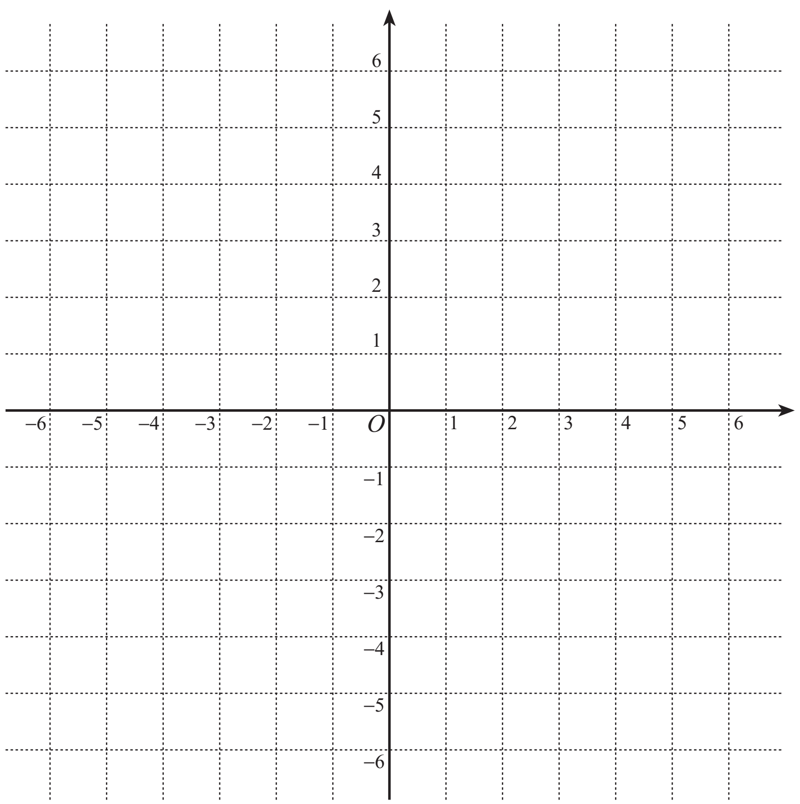
$y=f^{-1}(x)$ の定義域は $x\neq 3$. (正確には $\{x \mid x\in\mathbb{R}, x\neq 3\}$)

d) $y=f(x)$， $y=f^{-1}(x)$ の値域をそれぞれ求めよ.

$y=f(x)$， $y=f^{-1}(x)$ の値域はそれぞれ， $y=f^{-1}(x)$ と $y=f(x)$ の定義域なので

$y=f(x)$ の値域は $y\neq -2$， $y=f^{-1}(x)$ の値域は， $y\neq 3$.

e) $y=f(x)$ のグラフと逆関数 $y=f^{-1}(x)$ のグラフを描け.



$\boxed{2}$ $f(x)=-\sqrt{2x+7}$ とする．以下の問いに答えよ.

a) 関数 $y=f(x)$ の定義域と値域を求めよ.

定義域は根号内 $\geqq 0$ より， $2x+7\geqq 0 \Leftrightarrow x\geqq -\dfrac{7}{2}$，

値域は $y\leqq 0$.

b) 逆関数 $y=f^{-1}(x)$ を求め，その定義域と値域を求めよ.

$y=-\sqrt{2x+7}$ の両辺を 2 乗すると， $y^2=2x+7$. これを x について解くと，

$x=\frac{1}{2}y^2-\frac{7}{2}$. ここで， x と y を入れ換えて， $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{2}$ すなわち， $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{2}$.

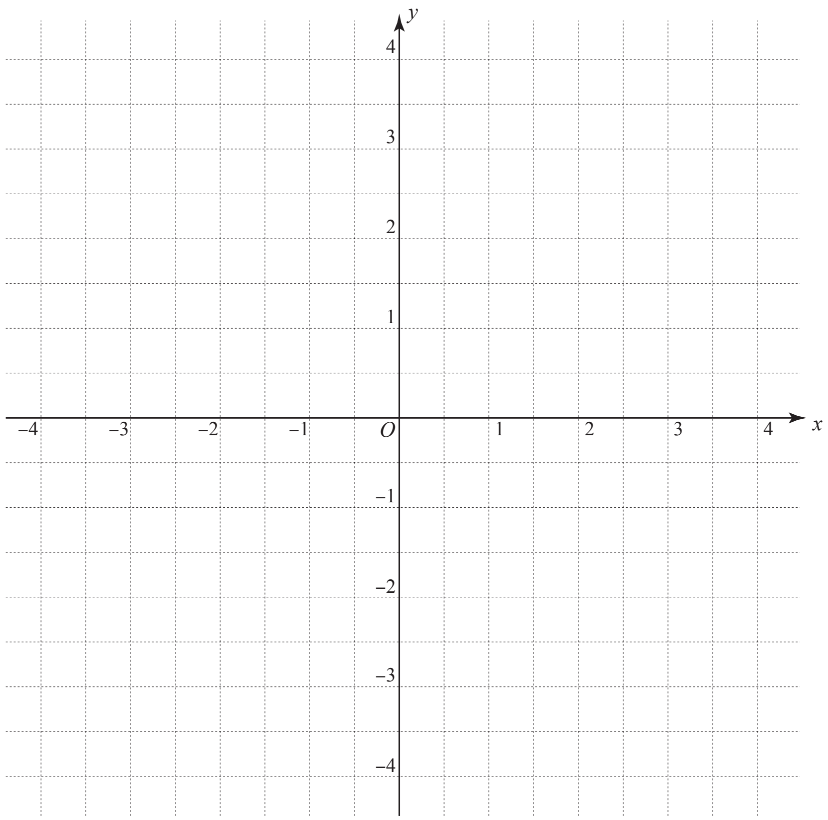
$f^{-1}(x)$ の定義域は $f(x)$ の値域なので $x\geqq 0$. 値域は $f(x)$ の定義域なので $y\leqq 4$.

c) 関数 $y=-\sqrt{2x+7}$ のグラフと直線 $y=-x-2$ の交点を求めよ.

$-\sqrt{2x+7}=-x-2$ の両辺を 2 乗して， $2x+7=(x-2)^2 \Leftrightarrow x^2-2x-3=(x+1)(x-3)=0$.

$x=3$ のとき， $-\sqrt{2x+7}=-\sqrt{13}$， $-x-2=1$ より不可．よって，交点は $(x,y)=(-1,-3)$ の 1 点.

d) $y=f(x)$ とその逆関数 $y=f^{-1}(x)$ のグラフ，および直線 $y=-x-2$ を描け.



e) グラフを利用して，不等式 $-\sqrt{2x+7}>-x-2$ を解け.

$y=-\sqrt{2x+7}$ のグラフが直線 $y=-x-2$ より上にある x の範囲が解だから， $x>1$.

$\boxed{3}$ $f(x) = x^3 - 2$ とする．

a) 関数 $y = f(x)$ の定義域，値域を求めよ．

定義域は，実数全体 ($\mathbb{R}$)，
値域も実数全体 ($\mathbb{R}$)．

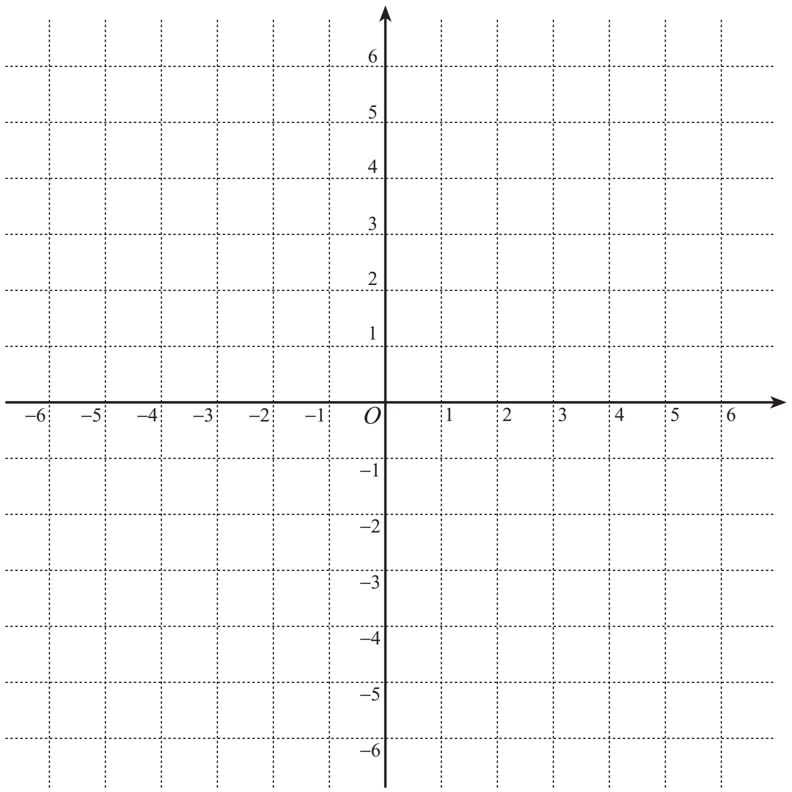
b) 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ．

$y = x^3 - 2$ を x について解くと，$x = \sqrt[3]{y+2}$．ここで，x と y を入れ換えて，$y = \sqrt[3]{x+2}$．
すなわち，$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+2}$．

c) $y = f^{-1}(x)$ の定義域，値域を求めよ．

$f^{-1}(x)$ の定義域，値域ともに実数全体 ($\mathbb{R}$)．

d) $y = f(x)$ のグラフと逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを描け．



$\boxed{4}$ $f(x) = \log_2(x+2)$ とする．

a) 関数 $y = f(x)$ の定義域を示せ．

定義域は真数条件 $x + 2 > 0$ より，$x > -2$．
値域は $y = \log_2 x$ の値域が実数全体であることから，実数全体．

b) 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ．

$y = \log_2(x+2)$ を x について解く．$2^y = x + 2$ より，$x = 2^y - 2$．ここで，x と y を入れ換えて，
$y = 2^x - 2$．すなわち，$f^{-1}(x) = 2^x - 2$．

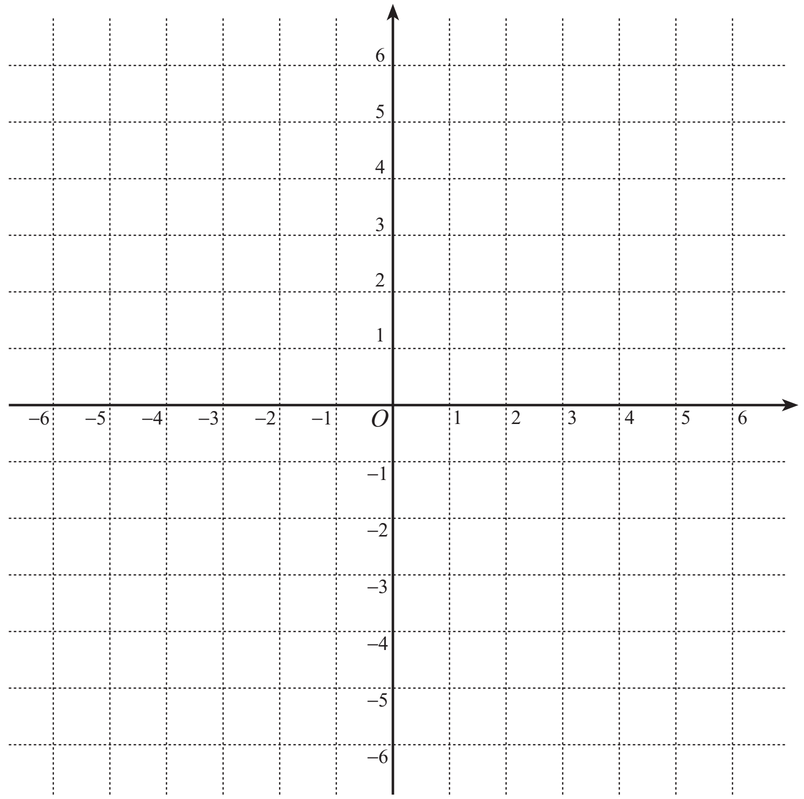
c) $y = f^{-1}(x)$ の定義域を示せ．

$f^{-1}(x)$ の定義域は，$f(x)$ の値域である実数全体．

d) $y = f(x)$，$y = f^{-1}(x)$ の値域をそれぞれ求めよ．

$y = f(x)$ の値域は $y = \log_2 x$ の値域が実数全体であることから，実数全体．
$y = f^{-1}(x)$ の値域は $f(x)$ の定義域に対応するので，$y > -2$．

e) $y = f(x)$ のグラフと逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを描け．



担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)