

基礎数学 A2	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
金曜2限 担当: 鎌田 政人							

●最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1 $f(x) = \frac{4x-1}{2x-1}$ とする。

a) $f(x)$ の定義域を述べよ。

b) $f(x)$ を $a + \frac{b}{2x-1}$ の形に表せ。

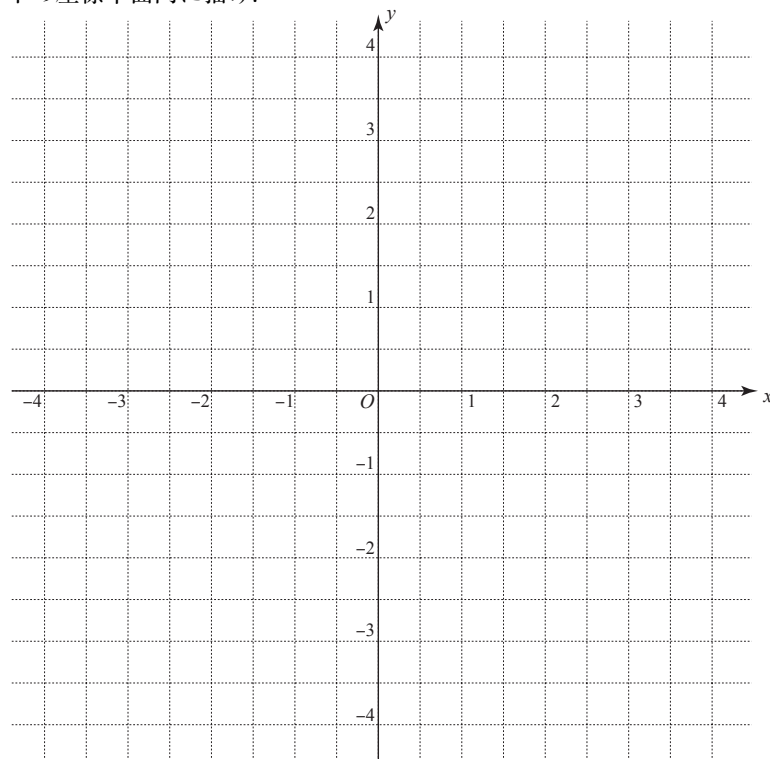
c) x が 1 から $1+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め、なるべく簡単な形で表せ。 [ヒント: 前問の形に直してから計算するとよい。]

d) $f(x)$ の $x=1$ における微分係数を極限による定義を用いて計算せよ。

e) $y=f(x)$ のグラフの $(1, f(1))$ における接線の方程式を求めよ。

f) $y=f(x)$ のグラフと直線 $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{4}$ の交点を求めよ。

g) $y=f(x)$ のグラフ, e) で求めた接線, および直線 $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{4}$ を下の座標平面内に描け。



h) グラフを利用して不等式 $\frac{4x-1}{2x-1} \leq \frac{1}{2}x + \frac{7}{4}$ を解け。

i) $y=f(x)$ の逆関数 $y=f^{-1}(x)$ を求め、その定義域を示せ。

j) $y=f(x)$ および $y=f^{-1}(x)$ の値域を示せ。

$y=f(x)$ の値域:

$y=f^{-1}(x)$ の値域:

k) $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ が成り立つことを確かめよ。

2 $f(x) = \sqrt{3-x}$ とする。以下の問いに答えよ。

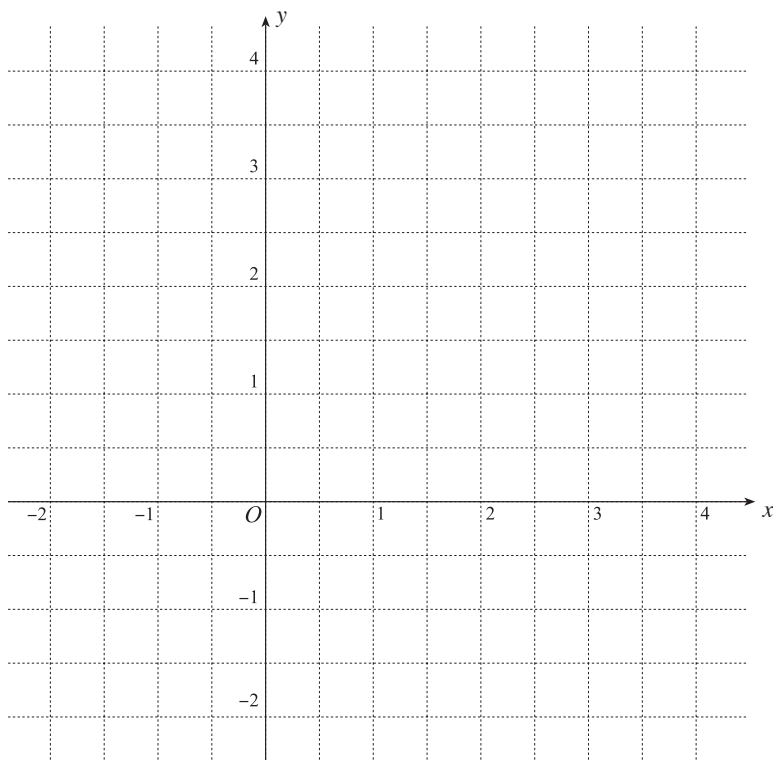
a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ。

b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域と値域を述べよ。

c) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。(定義に戻る必要はない。)

d) $y = f(x)$ のグラフの $(2, f(2))$ における接線の方程式を求めよ。

e) $y = f(x)$ のグラフ、 $(2, f(2))$ における接線、および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの3つを右上の座標平面内に描け。



3 $f(x) = \frac{6x}{1+2x^2}$ とする。

a) $f(1), f(2), f(3), f(4)$ をそれぞれ求めよ。

$$f(1) = \quad f(2) = \quad f(3) = \quad f(4) =$$

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

c) $f'(x) = 0$ となる x と、 $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ。

d) $f''(x) = \frac{24x(2x^2-3)}{(1+2x^2)^3}$ である。これより、 $f''(x) = 0$ となる x と、 $f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ。

e) 関数 $f(x)$ の増減表を書き、グラフ $y = f(x)$ の凹凸を調べよ。(凹凸は曲がった矢印 \nearrow \searrow \curvearrowright \curvearrowleft で表すこと。)

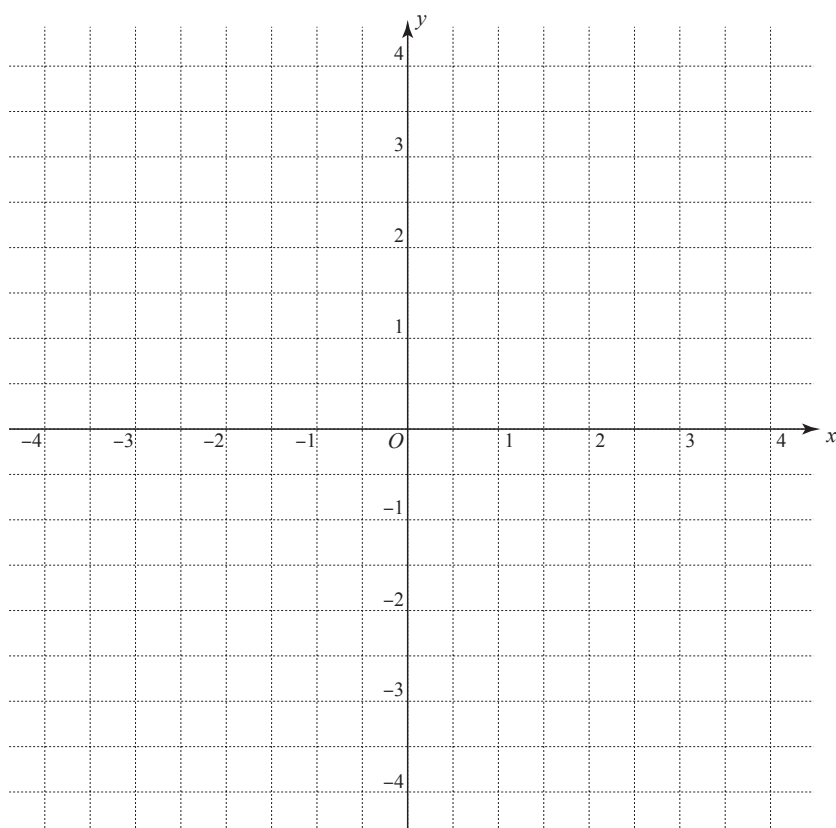
x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

f) $f(x)$ の極大値・極小値と、それをとるときの x の値を求めよ。

g) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ。

基礎数学 A2	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
金曜 2 限 担当: 鎌田 政人							

h) ここまでの結果を反映させ、 $y = f(x)$ のグラフを丁寧に描け.



4 次の各々の関数の導関数を求めよ.

a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x+1}$

b) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

c) $f(x) = x e^{1-x^2}$

5 $f(x) = \frac{\log x}{x^2}$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を述べよ.

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

c) $f'(x) = 0$ となる x と、 $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

d) $f(x)$ の増減表を完成させよ.

x	
$f'(x)$	
$f(x)$	

e) $f(x)$ が極大・極小となる x の値があればそれを求めよ.

f) d) の増減表を用い、 $\frac{\log e}{e^2} < \frac{\log 2}{2^2}$ を示せ.

[ヒント: \sqrt{e} と 2 の大きさを比較せよ.]

g) f) の結果を用い、 e^{2^2} と 2^{e^2} のどちらが大きいかを示せ.