2019 年 7 月 16 日

微分積分 I	入学年度		学部	学 科		組		番 号			検	氏 名	
火曜２限 担当: 鍬田 政人													

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく，途中の計算や説明も簡潔に加えること．これがない場合，大幅な減点をすることもある.

$\boxed{1}$ $f(x) = \dfrac{-3x+7}{x-3}$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を求めよ.

b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め，その定義域を求めよ.

c) $y = f(x)$ および，$y = f^{-1}(x)$ の値域を求めよ.

$y = f(x)$ の値域：

$y = f^{-1}(x)$ の値域：

d) $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ が成り立つことを示せ.

e) $y = f(x)$ のグラフは $y = \dfrac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である．k，p，q は何かを答えよ.

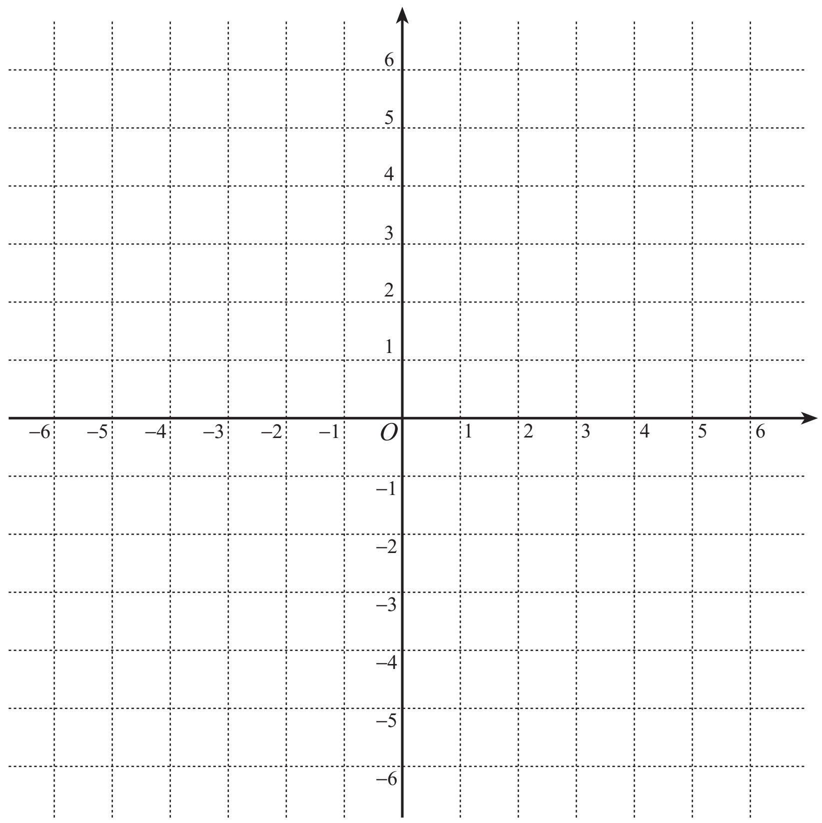
f) x が 2 から $2+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め，なるべく簡単な形で表せ.

g) $x = 2$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(2)$ を極限を直接計算することによって求めよ.

h) $y = f(x)$ のグラフの $(2, -1)$ における接線の方程式を求めよ.

i) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$ の交点を求めよ.

j) $y = f(x)$ のグラフとその $(2, -1)$ における接線，および直線 $y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$ を右上の座標平面内に描け.



k) グラフを利用して不等式 $\dfrac{-3x+7}{x-3} \leqq -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$ を解け.

$\boxed{2}$ $f(x) = -\sqrt{2x+7}$ とする．以下の問いに答えよ．

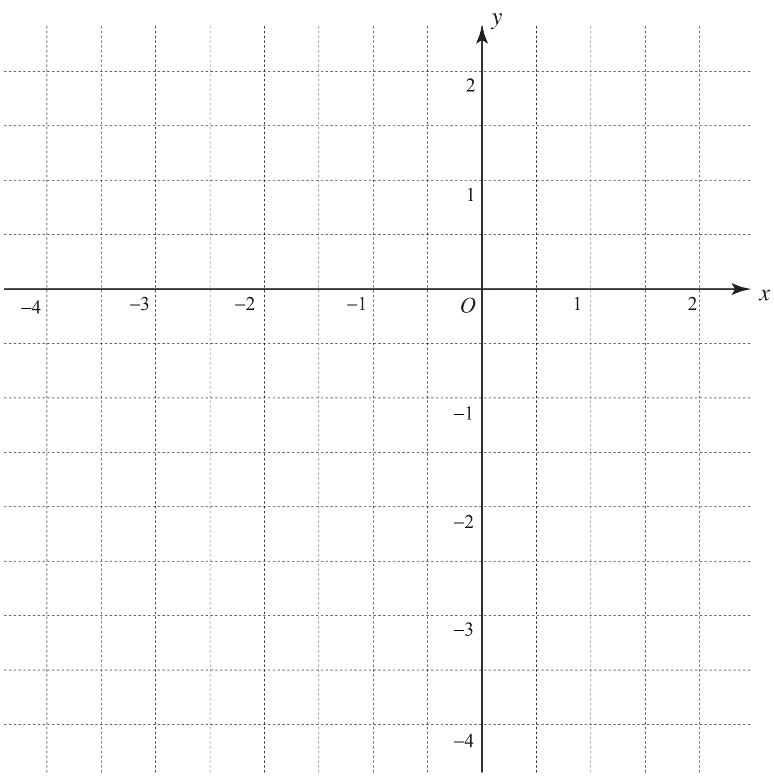
a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ．

b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め，その定義域と値域を求めよ．

c) $x = -3$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(-3)$ を極限を直接計算することによって求めよ．

d) $y = f(x)$ のグラフの $(-3, -1)$ における接線の方程式を求めよ．

e) $y = f(x)$ のグラフ，$y = f(x)$ の $(-3, -1)$ における接線，逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの 3 つを右上の座標平面内に描け．



$\boxed{3}$ $f(x) = (x-3)\sqrt{9-x^2}$ とする．

a) $f(x)$ の定義域を求めよ．

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

c) $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ．

d) $f(x)$ の 2 階導関数 $f''(x)$ を計算すると $f''(x) = \dfrac{9-6x-2x^2}{(3+x)\sqrt{9-x^2}}$ となる．このことも用いて関数 $f(x)$ の増減表を書き，グラフ $y = f(x)$ の凹凸を調べよ．(凹凸は曲がった矢印 で表すこと．)

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

e) $f(x)$ が定義される範囲内での最大値・最小値を求めよ．またグラフ $y = f(x)$ の変曲点の x 座標を求めよ．

$\boxed{4}$ a) $f(x)$ が微分可能で，$f(x) > 0$ をみたすとき，$\Big(\log f(x)\Big)'$ を求めよ．

$\Big(\log f(x)\Big)' =$

b) $f(x)$，$g(x)$ が微分可能な関数であるとき，$\Big(f(x)e^{g(x)}\Big)'$ を求めよ．

$\Big(f(x)e^{g(x)}\Big)' =$

2019 年 7 月 16 日

微分積分 I	入学年度		学部	学 科		組		番　号			検	氏　　　　　名	
火曜２限 担当: 鍬田 政人													

$\boxed{5}$ 次の各々の関数の導関数を求めよ．

a) $f(x) = \sqrt[4]{1-x+x^2}$

$f'(x) =$

b) $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$

$f'(x) =$

c) $f(x) = (x^2-1)e^{-x}$

$f'(x) =$

d) $f(x) = \dfrac{x}{\log x}$

$f'(x) =$

$\boxed{6}$ $f(x) = \dfrac{1}{8}\left(x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 27\right)$ とする．

a) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

b) $f'(x) = 0$ となる x と，$f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ．

c) $f(x)$ の 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ．

d) $f''(x) = 0$ となる x と，$f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ．

e) 関数 $f(x)$ の増減表を書き，グラフ $y = f(x)$ の凹凸を調べよ．(凹凸は曲がった矢印 ⤴ ⤴ ⤵ ⤵ で表すこと．)

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

f) $f(-3), f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2)$ をそれぞれ求めよ．

$f(-3) =$

$f(-2) =$

$f(-1) =$

$f(0) =$

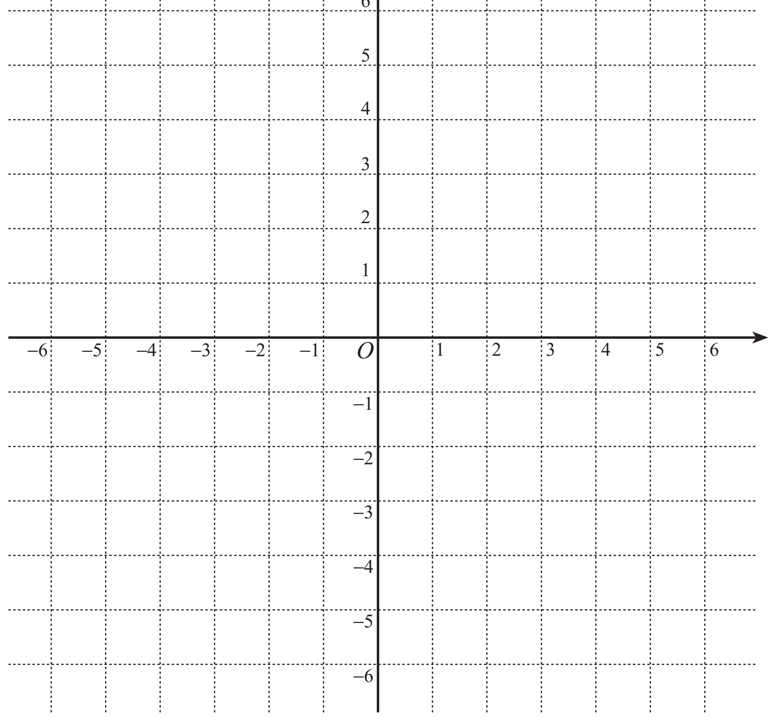
$f(1) =$

$f(2) =$

g) $f(x)$ の極大値・極小値と，それをとるときの x の値を求めよ．

h) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ．

i) ここまでの結果を反映させ，$y = f(x)$ のグラフをなるべく丁寧に描け．



【解答用紙が足らなければこの部分も使用して下さい】