

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 次分数式を約分して、既約な分数式になおせ。

$$a) \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 2x - 8} = \frac{\cancel{x+2}(x+3)}{\cancel{x+2}(x-4)} = \frac{x+3}{x-4}$$

$$b) \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 9x} = \frac{\cancel{x}(x-2)\cancel{x+3}}{\cancel{x}(x-3)\cancel{x+3}} = \frac{x-2}{x-3}$$

$$c) \frac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2} = \frac{\cancel{x-a}(x^2 + ax + a^2)}{\cancel{x-a}(x+a)} = \frac{x^2 + ax + a^2}{x+a}$$

2 次分数式をなるべく簡単にせよ。

$$a) \frac{1}{x-a} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right) = \frac{1}{\cancel{x-a}} \left(\frac{\cancel{a-x}}{xa} \right) = \frac{-1}{xa}$$

$$b) \frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h} = \frac{\frac{a-(a+h)}{(a+h)a}}{h} = \frac{1}{h} \times \frac{-h}{(a+h)a}$$

$$= \frac{-1}{a(a+h)}$$

3 次の極限を求めよ。

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x + 2)(3x - 1) = (2^2 - 2 + 2) \times (3 \times 2 - 1) = 2 \times 5 = 10$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{1^2 - 1}{1 + 1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 2x - 8} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+3}{x-4}$$

$$= \frac{-2+3}{-2-4} = -\frac{1}{6}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 9x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-2}{x-3} = \frac{2}{3}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + ax + a^2}{x+a} = \frac{a^2 + a^2 + a^2}{a+a} = \frac{3a^2}{2a} = \frac{3}{2}a$$

$$f) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\cancel{x-a}(x^2 + ax + a^2)}{\cancel{x-a}} = \lim_{x \rightarrow a} (x^2 + ax + a^2) = a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$g) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^3 - a^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^3 + 3a^2h + 3ah^2 + h^3 - a^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3a^2 + 3ah + h^2)h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3a^2 + 3ah + h^2) = 3a^2$$

$$h) \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{-1}{xa} = \frac{-1}{a \cdot a} = -\frac{1}{a^2}$$

$$i) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{a(a+h)} = \frac{-1}{a(a+0)} = -\frac{1}{a^2}$$

4 関数 $y = \frac{x^3}{|x|}$ について以下の問いに答えよ.

a) この関数の定義域を示せ.

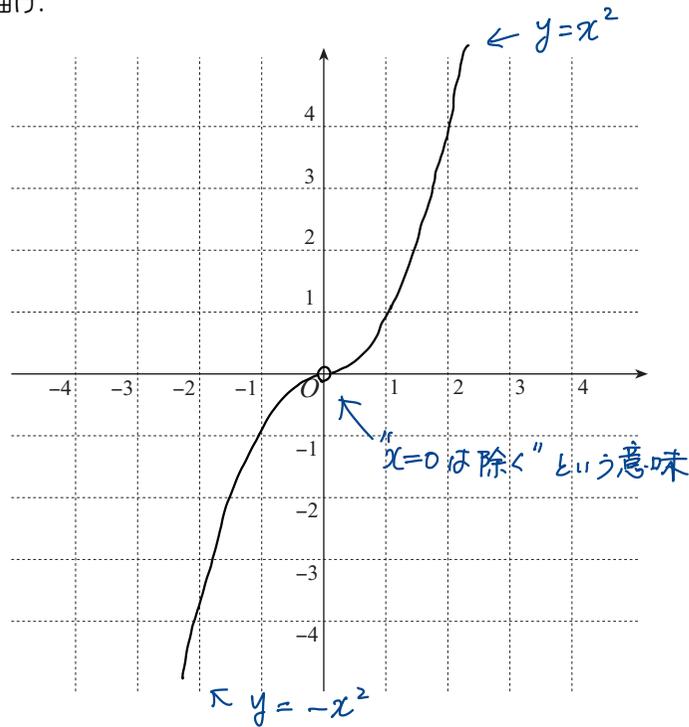
$$\{x \mid x \text{ は実数}, x \neq 0\}, \text{ 「0以外の実数全体」}, x \neq 0$$

b) この関数を、絶対値記号を用いない、場合分けによる形で表せ.

$$|x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases} \text{ と表わせるから}$$

$$y = \frac{x^3}{|x|} = \begin{cases} \frac{x^3}{x} & (x > 0) \\ \frac{x^3}{-x} & (x < 0) \end{cases} = \begin{cases} x^2 & (x > 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$$

c) この関数のグラフを描け.



d) グラフから $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{|x|}$ を求めよ.

グラフより x が 正の値を保ちながら 0 に近づいても、
負の値を保ちながら 0 に近づいても、
 y の値はどちらも 0 に近づくと

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{|x|} = 0$$

5 $f(x) = \frac{1}{2-3x}$ のとする.

a) x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.

$$\begin{aligned} \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} &= \frac{\frac{1}{2-3 \times 2} - \frac{1}{2-3 \times 1}}{1} = \frac{1}{-4} - \frac{1}{-1} = -\frac{1}{4} + 1 \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

b) $x = 1$ における $f(x)$ の瞬間変化率 (= 微分係数) $f'(1)$ を定義にしたがって求めよ.

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2-3(1+h)} - \frac{1}{2-3 \times 1}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\frac{1}{2-3(1+h)} - \frac{1}{-1} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(-\frac{1}{1+3h} + 1 \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\frac{-1 + 1 + 3h}{-1-3h} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \frac{3h}{-1-3h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3}{1+3h} = 3 \end{aligned}$$

c) $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ.

$$\begin{aligned} y - f(1) &= f'(1)(x-1) \quad \text{より} \\ y - (-1) &= 3(x-1) \\ \therefore y &= 3x - 4 \end{aligned}$$