

基礎数学 B2 — 期末試験

2020 年 1 月 7 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1] c を定数とし, 関数 $f(x)$ を次のように定義する.

$$f(x) = \begin{cases} c(2 - |x|) & -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & x < -2 \text{ または } 2 < x \end{cases}$$

- 1) $f(x)$ が確率密度関数になるように c の値を定めよ.
- 2) $f(x)$ が確率密度関数であるとき, それを確率密度関数とする確率変数 X について以下の値を求めよ.
 - a) 平均 $\mu = E(X)$
 - b) 分散 $\sigma^2 = V(X)$
 - c) 確率 $P(X < \frac{1}{2})$

2] ある自動車メーカーの新型車の中から 64 台を抽出してガソリン 1 リットルあたりの走行距離を調べたところ, 平均値が 21.5 km, 標準偏差が 1.6 km であった. この新型車の 1 リットルあたりの走行距離を信頼度 95% で区間推定せよ.

3] ある都市では, IR (統合型リゾート) を誘致するかどうかについて賛否がほぼ拮抗しており, 住民投票を行うことになった. そこで, ある報道機関は市民を無作為に選び, IR 誘致の賛否を調査することにした. このとき, 信頼度 95% での信頼区間の幅が 3% 以下になるように推定するには, 何人以上抽出して調べればよいか.

4] 野球で, 打率とは打者の打数あたりの安打に割合を表す. ある選手の 2019 年シーズンが始まるまでの打率は 0.250 であったが, この選手は打率向上のためにシーズン前の春季キャンプで打撃改造の特訓に取り組んだ.

- a) この選手がシーズン開始後最初の 48 打数で 17 安打を放ったとする. 春季キャンプの効果があったと言えるか. 有意水準 5% で検定せよ.
- b) 引き続き打数を重ね, 108 打数の時点で安打を何本放てば, 有意水準 5% で春季キャンプの効果があったと言えるか.

5] 最近の資料によると, 日本全国の 18 歳女子の身長は平均 157.9 cm で, 標準偏差 5.1 cm の正規分布にはほぼしたがうという.

- a) 日本全国の 18 歳女子のうち, 身長が 170 cm 以上の人はおよそ何% いると考えられるか.
- b) ある大学の 18 歳女子から無作為に 196 名を抽出して身長を測定したところ, 平均値は 157.2 cm であった. この大学の 18 歳女子の身長は全国平均より低いと言えるか. 有意水準 5% で検定せよ.

【裏に続く】

6] ある数学の授業では、初回に基礎学力診断テストを行い、最終回に期末試験を行った。基礎学力診断テストの結果 X と期末試験の結果 Y について、次のような数値が得られた。

$$E(X) = 79.9, \quad E(Y) = 68.8, \quad E(X^2) = 6501, \quad E(Y^2) = 5021, \quad E(XY) = 5599$$

- X と Y の間の相関係数 r を求めよ。
- 回帰直線 $Y = a + bX$ を求めよ。
- 診断テストで 80 点とった学生の期末試験の成績は何点になると予測できるか。
- 期末試験で合格点 60 点を取るための目安となる診断テストの点数は何点ぐらいか。

7] λ を正の数とすると、 λ をパラメータとする指数分布 X とは、確率密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

で与えられる分布である。そして、 X の平均 $E(X)$ は $\frac{1}{\lambda}$ に等しいことが知られている。

いま、ある交差点である時間にタクシーが空車で通過する間隔 X (分) は $\lambda = 2$ の指数分布に従っているとする。このとき、以下の問いに答えよ。ここで、 $\int_0^a \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda a}$ と $e = 2.718\dots$ を用いてよい。

- タクシーが空車で通過する平均間隔は何分か。
- 2 分間タクシーが捕まらない確率を求めよ。
- タクシーの待ち時間が空車で通過する平均間隔以下である確率を求めよ。