復習問題　略解

$\boxed{1}$ a) $A \cap B = \{n \mid n$ は 6 の倍数$\}$ だから，$n(A \cap B) = 16$.

b) $n\big((A \cap B) \cup C)\big) = n(A \cap B) + n(C) - n(A \cap B \cap C) = 16 + 20 - 3 = 33$

$\boxed{2}$ a) $3 < a \leq 5$

b) $6 \leq a < 7$

c) $B \subset A$ となるような a の範囲を求めればよい．そのような a の範囲は $a \geq 8$.

$\boxed{3}$ a) 36 個（$U = \{(a, b) \mid a$，b は 1 から 6 までの自然数$\}$ だから，$n(U) = 36$）

b) 2^{36} 個

c) $A = \{(4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

d) $\overline{B}$ は「出た目の数がともに偶数である」であり，$n(\overline{B}) = 3 \times 3 = 9$. したがって，$n(B) = n(U) - n(\overline{B}) = 27$.

e) $A \cap B = \{(4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5)\}$ より，$n(A \cap B) = 5$. $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{5}{8}$. また，$P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$，$P(B) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$ なので，$P(A \cap B) = \frac{5}{36} \neq P(A)P(B) = \frac{6}{36}$ だから，A と B は独立ではない.

$\boxed{4}$ a)

試薬 ＼ ガン	有	無	計
陽性	0.9 %	4.95 %	5.85 %
陰性	0.1 %	94.05 %	94.15 %
計	1 %	99 %	100 %

b) $\dfrac{0.9}{5.85} \fallingdotseq 0.154 (= 15.4\%)$

$\boxed{5}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ より $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{1}{10}$. また，$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$.

$\boxed{6}$ A:「どちらかが偶数」，B:「両方の目が偶数」とすると，求める確率は $P_A(B)$. $P(A) = \frac{3}{4}$，$P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{4}$ だから，$P_A(B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$.

$\boxed{7}$ $P(A) = \dfrac{1}{4}, P(B) = \dfrac{3}{13}, P(C) = \dfrac{1}{26}, P(A \cap B) = \dfrac{3}{52} = P(A)P(B), P(A \cap C) = \dfrac{1}{52} \neq P(A)P(C)$, $P(B \cap C) = \dfrac{1}{26} \neq P(B)P(C)$. したがって，$A$ と B は独立，A と C，B と C は独立ではない.

$\boxed{8}$ a) $X \sim B(4, \frac{1}{2})$ だから，$E(X) = 2$，$V(X) = 1$.

b) $E(X) = \dfrac{35}{18} \fallingdotseq 1.94$，$V(X) = \dfrac{655}{324} \fallingdotseq 2.05$

c)

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

より $E(X) = \dfrac{12}{7}$，$V(X) = \dfrac{24}{49}$.

$\boxed{9}$ 表の出た硬貨の金額の和を X とする．確率分布は

X	0	50	100	150	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

だから，$E(X) = 75$（円），$\sigma(X) = 25\sqrt{5} \fallingdotseq 55.9$（円）

$\boxed{10}$ $E(Y) = aE(X) + b$，$V(Y) = a^2 V(X)$ が成り立つので，$\begin{cases} 0 = 5a + b \\ 1 = 100a^2 \end{cases}$ を解いて，$a = \dfrac{1}{10}$，$b = -\dfrac{1}{2}$.

$\boxed{11}$ さいころの出る目の数を Y，表の出た硬貨の枚数を Z とすると，$X = YZ$．Y と Z は明らかに独立であるから，$E(X) = E(YZ) = E(Y)E(Z)$．そして，$E(Y) = \dfrac{7}{2}$，$E(Z) = 1$ だから $E(X) = \dfrac{7}{2}$.

$\boxed{12}$ a) $X \sim B(1000, 0.05)$

b) $E(X) = 1000 \times 0.05 = 50$，$V(X) = 1000 \times 0.05 \times (1 - 0.05) = 47.5$.

$\boxed{13}$ a) X の確率分布は

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	1

$E(X) = \dfrac{3}{2}$，$V(X) = \dfrac{15}{28}$.

b) $Y \sim B(4, \frac{3}{8})$ だから，$E(Y) = \dfrac{3}{2}$，$V(Y) = 4 \times \dfrac{3}{8} \times \dfrac{5}{8} = \dfrac{15}{16}$.

$\boxed{14}$ a) $X \sim B(6, \frac{1}{3})$，$E(X) = 2$，$V(X) = \dfrac{4}{3}$，$\sigma(X) = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

b) 3 の倍数の目が出なかった回数は $6 - X$ だから，$Y = (+2)X + (-1)(6 - X) = 3X - 6$

c) $E(Y) = E(3X - 6) = 3E(X) - 6 = 2 \times 3 - 6 = 0$，$V(Y) = V(3X - 6) = 3^2 V(X) = 12$，$\sigma(X) = 2\sqrt{3}$.

担当： 鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)