入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ
						氏名

1 箱には赤玉 2 個と白玉 3 個が入っている．箱の中から無作為に 1 個の玉を選び，その玉を元へ戻さず無作為にもう 1 個の玉を選ぶ．最初に選んだ玉が赤であるという事象を A，2 番目に選んだ玉が赤であるという事象を B とする．

a) $P_A(B)$，$P_{\bar{A}}(B)$，$P_A(\overline{B})$，$P_{\bar{A}}(\overline{B})$ をそれぞれ求めよ．

最初に選んだ玉が赤なら箱の中には赤1個と白3個が残る → $P_A(B)=\frac{1}{4}$

同様に $P_{\bar{A}}(B)=\frac{1}{2}$，$P_A(\bar{B})=\frac{3}{4}$，$P_{\bar{A}}(\bar{B})=\frac{1}{2}$

b) $P(A\cap B)$，$P(\overline{A}\cap B)$，$P(A\cap\overline{B})$，$P(\overline{A}\cap\overline{B})$ をそれぞれ求め，次の表の空欄を埋めよ．

$P(A\cap B)=P(A)P_A(B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$　$P(A\cap\bar{B})=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$

$P(\bar{A}\cap B)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$，$P(\bar{A}\cap\bar{B})=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$

1 個目 ＼ 2 個目	赤（B）	白（$\overline{B}$）	計
赤（A）	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$
白（$\overline{A}$）	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$
計	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

c) 2 個目の玉が白であったとして，最初の玉が赤である確率を求めよ．

$$P_{\bar{B}}(A)=\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}}=\frac{1}{2}$$

d) 2 個の玉が同色であったとして，その玉~~の~~の色が赤である確率を求めよ．

$$\frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B)+P(\bar{A}\cap\bar{B})}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{10}+\frac{3}{10}}=\frac{1}{4}$$

2 ある国では，男性 1000 人に 1 人の割合で，ある病気に感染しているという．検査薬によって，感染していれば 0.98 の確率で陽性反応が出る．一方，感染していない場合にも，0.01 の確率で陽性反応が出るという．この病気に感染しているという事象を A，検査薬によって陽性反応が出るという事象を B とする．

a) 事象 A，B，$\overline{A}$，$\overline{B}$，$A\cap B$，$\overline{A}\cap B$，$A\cap\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$ の確率をそれぞれ求め，表にまとめよ．

	A	$\bar{A}$	
B	0.00098	0.00999	0.01097
$\bar{B}$	0.00002	0.98901	0.98903
	0.001	0.999	1

問題文より

$P(A)=0.001$　$P_A(B)=0.98$

$P_{\bar{A}}(B)=0.01$

$P(A\cap B)=P(A)P_A(B)=0.00098$

$P(\bar{A}\cap B)=P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B)=0.00999$ など．

b) ある男性が検査を行ったところ，陽性であった．この男性が実際に病気に感染している確率はおおよそどれくらいか．

もとめる確率 $=P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

$=\frac{0.00098}{0.01097}=0.0893\ldots=$ 約9%

3 c, o, f, f, e, e の文字が 1 字ずつ書かれた 6 枚のカードが入っている箱がある．この箱の中から無作為に 1 枚ずつカードを取り出し，順に 1 列に並べる．標本空間 Ω は，すべての結果が同様に確からしくなるように，2 つの f と e を区別して，6 枚のカード c, o, f_1, f_2, e_1, e_2 を並べる順列全体とする．そして，e_1 と e_2 が隣り合う事象を A，両端に子音（c, f_1, f_2）がくる事象を B とする．

a) $n(\Omega)$，$n(A)$，$n(B)$，$n(A \cap B)$ をそれぞれ求めよ．

$n(\Omega) = 6! = 720$

$n(A) = 5! \times 2! = 240$

$n(B) = {}_3P_2 \times 4! = 144$

$n(A \cap B) = {}_3P_2 \times 3! \times 2! = 72$

b) $P(A)$，$P(B)$，$P(A \cap B)$ を求めよ．

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{3}$

$P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{5}$

$P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{10}$

c) 事象 A と B が独立であるかどうかを判定せよ．

$P(A)P(B) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{5} = \dfrac{1}{15} \neq P(A \cap B)$

よって A と B は独立ではない．

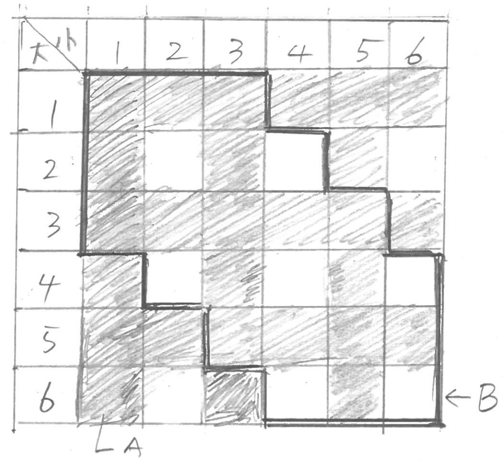
4 大小 2 個のさいころを同時に投げる．大小どちらかのさいころの目が奇数である事象を A，2 つのさいころの目の差の絶対値が 2 以下である事象を B とする．

a) 確率 $P(A)$, $P(A \cap B)$, $P_A(B)$ を求めよ．

$P(A) = \dfrac{27}{36} = \dfrac{3}{4}$

$P(A \cap B) = \dfrac{17}{36}$

$P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{17}{27}$



b) 2 つのさいころの目の差が 2 以下であるとき，大小どちらかのさいころの目が奇数である確率を求めよ．

もとめる確率は $P_B(A)$

$P(B) = \dfrac{24}{36} = \dfrac{2}{3}$

$P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{17}{24}$

c) 事象 A と B は独立であるかどうかを判定せよ．

$P(A)P(B) = \dfrac{3}{4} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \dfrac{17}{36}$

$P(A)P(B) \neq P(A \cap B)$ より A, B は独立ではない．

担当：鍬田 政人 (kuwata@tamacc.chuo-u.ac.jp)