入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 ある大学で学生 100 人の数学と英語の成績のを調べたところ次の表の通りであった.

数学＼英語	A	B	C
A	15 人	15 人	5 人
B	10 人	20 人	10 人
C	5 人	10 人	10 人

今，学生を 1 人無作為に選ぶという試行を行う．このときの標本空間 Ω は

$$\Omega = \{\text{学生}_1, \text{学生}_2, \text{学生}_3, \dots, \text{学生}_{100}\}$$

のように表される 100 個の要素を持つ集合である．「無作為に選ぶ」ということは，起こり得るすべての結果は同様に確からしいと仮定していることを意味する.

a) 選ばれた学生の数学の成績が A であるという事象を M とする． M の要素の個数 $n(M)$ を上の表から求めよ．また，その確率 $P(M)$ を求めよ.

$n(M) = 15 + 15 + 5 = 35$

$P(M) = \dfrac{n(M)}{n(\Omega)} = \dfrac{35}{100} = 0.35$

b) 選ばれた学生の英語の成績が A であるという事象を E とする．前問と同様にして $P(E)$ を求めよ.

$n(E) = 15 + 10 + 5 = 30$

$P(E) = \dfrac{n(E)}{n(\Omega)} = \dfrac{30}{100} = 0.3$

c) $P(M \cup E)$， $P(M \cap E)$ をそれぞれ求めよ.

$n(M \cup E) = 15 + 15 + 5 + 10 + 5 = 50$

$P(M \cup E) = \dfrac{n(M \cup E)}{n(\Omega)} = \dfrac{50}{100} = 0.5$

$n(M \cap E) = 15$

$P(M \cap E) = \dfrac{n(M \cap E)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{100} = 0.15$

d) $P(M \cup E) = P(M) + P(E) - P(M \cap E)$ の両辺をそれぞれ計算し、等式が成立していることを確かめよ.

$P(M \cup E) = 0.15$

$P(M) + P(E) - P(M \cap E) = 0.35 + 0.3 - 0.5$
$= 0.15$

確かに両辺は一致し，等式が成り立っている.

e) 数学と英語の成績のうち，少なくとも一方は A ではないという事象を N とする． N を M と E （および ∪， ∩， ‾ などの記号）を用いて表せ.

$N = \overline{M} \cup \overline{E} \quad (= \overline{M \cap E})$

f) $P(N)$ を余事象の確率をもとにして求めよ.

$N = \overline{M \cap E}$ より

$P(N) = 1 - P(M \cap E) = 1 - 0.15 = 0.85$

【裏に続く】

2 ある大学で，学生の数学と英語の成績の分布が次の表の通りであった．

数学＼英語	A	B	C
A	15%	15%	5%
B	10%	20%	10%
C	5%	10%	10%

この場合も，問題 1 と同様に標本空間 Ω を調査した学生全体の集合とすることもできるが，ここでは別の考え方で標本空間 Ω を設定してみる．いま，学生を無作為に選ぶという試行を行ったとき，例えばその学生の数学の成績が B，英語の成績が A であれば，そのことを記号 (B, A) で表し，どちらとも C ならば (C, C) と表すなどとする．そして，これをこの試行の「結果」と考えることにする．

a) このとき，「結果」全体の集合である標本空間 Ω をこの記号を用いて表せ．

$$\Omega = \{(A,A),(A,B),(A,C),(B,A),(B,B),(B,C),(C,A),(C,B),(C,C)\}$$

b) このように標本空間を設定した場合，事象はすべていくつあるか．

異なる事象の数 = Ω の部分集合の個数

$$= 2^{n(\Omega)} = 2^9 = 512$$

c) このように標本空間を設定した場合，各々の結果は同様に確からしいとは言えない．例えば，事象 $\{(B,A)\}$ の確率 $P(\{(B,A)\})$ は上の表からどのように読み取れるか．

$$P(\{(B,A)\}) = 0.1 \quad (=10\%)$$

d) 数学の成績が A であるという事象を M，英語の成績が A であるという事象を E とする．事象 M, E をそれぞれ上の記号を用い，外延的記法で表せ．そして，$P(M), P(E)$ を求めよ．

$$M = \{(A,A),(A,B),(A,C)\}$$

$$E = \{(A,A),(B,A),(C,A)\}$$

$$P(M) = 0.15 + 0.15 + 0.05 = 0.35$$

$$P(E) = 0.15 + 0.10 + 0.05 = 0.30$$

e) $M \cup E, M \cap E$ をそれぞれ外延的記法で表せ．また，$P(M \cup E), P(M \cap E)$ を求め，$P(M \cup E) = P(M) + P(E) - P(M \cap E)$ が成立していることを確かめよ．

$$M \cup E = \{(A,A),(A,B),(A,C),(B,A),(C,A)\}$$

$$M \cap E = \{(A,A)\}$$

$$P(M \cup E) = 0.15 + 0.15 + 0.05 + 0.10 + 0.05 = 0.5$$

$$P(M) + P(E) - P(M \cap E) = 0.35 + 0.3 - 0.15 = 0.5$$

確かに $P(M \cup E) = P(M) + P(E) - P(M \cap E)$ が成り立っている

f) 数学と英語の成績のうち，少なくとも一方は A ではないという事象を N とする．N の余事象 $\overline{N}$ を外延的記法で表せ．

$$\overline{N} = \{(A,A)\}$$

g) $P(N)$ を余事象の確率をもとにして求めよ．

$$P(N) = 1 - P(\overline{N}) = 1 - 0.15 = 0.85$$

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)