入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ
						氏 名

$\boxed{1}$ 次の二項分布の期待値，分散と標準偏差を求めよ．

a) $B\left(12, \frac{1}{4}\right)$

平均 $\mu = 12 \times \frac{1}{4} = 3$

分散 $\sigma^2 = 12 \times \frac{1}{4} \times (1 - \frac{1}{4})$

$= \frac{9}{4}$

標準偏差 $\sigma = \frac{3}{2}$

b) $B\left(9, \frac{1}{2}\right)$

$\mu = 9 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

$\sigma^2 = 9 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$

$\sigma = \frac{3}{2}$

c) $B\left(8, \frac{2}{3}\right)$

$\mu = 8 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3}$

$\sigma^2 = 8 \times \frac{2}{3} \times (1 - \frac{2}{3}) = \frac{16}{9}$

$\sigma = \frac{4}{3}$

$\boxed{2}$ 次の確率変数 X は二項分布に従う． X を $B(n, p)$ の形に表し， X の期待値，標準偏差を求めよ．

a) 1 枚の硬貨を 10 回投げるとき，表が出る回数 X.

$p = \frac{1}{2}$, $n = 10$

$X \sim B(10, \frac{1}{2})$

$E(X) = 10 \times \frac{1}{2} = 5$

$\sigma(X) = \sqrt{10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

b) 不良率 3%の製品の山から 50 個取り出したときの不良品の個数 X.

$p = 0.03$, $n = 50$

$X \sim B(50, 0.03)$

$E(X) = 50 \times 0.03 = 1.5$

$\sigma(X) = \sqrt{50 \times 0.03 \times 0.97} = \sqrt{1.455} \fallingdotseq 1.21$

$\boxed{3}$ 確率変数 X が二項分布 $B(100, 0.2)$ に従うとき，次の各場合に確率変数 Y の期待値と分散を求めよ．

a) $Y = 3X - 2$

$$\left.\begin{aligned} E(X) &= 100 \times 0.2 = 20 \\ V(X) &= 100 \times 0.2 \times (1 - 0.2) = 16 \end{aligned}\right\} \text{より}$$

$E(Y) = 3E(X) - 2 = 58$

$V(Y) = 3^2 V(X) = 9 \times 16 = 144$

b) $Y = -X$

$E(Y) = -E(X) = -20$

$V(Y) = (-1)^2 V(X) = V(X) = 16$

c) $Y = \dfrac{X - 20}{4}$

$E(Y) = \dfrac{E(X) - 20}{4} = 0$

$V(Y) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 V(X) = \frac{1}{16} \times 16 = 1$

$\boxed{4}$ a，b は定数で，$a > 0$ とする．確率変数 X の期待値が 5，分散が 100 であるとき，1 次式 $Y = aX + b$ で定められる確率変数 Y の期待値が 0，分散が 1 となるように，a，b の値を定めよ．

$E(X) = 5$, $V(X) = 100$

$E(Y) = E(aX + b) = aE(X) + b = 5a + b$

$V(Y) = V(aX + b) = a^2 V(X) = 100a^2$

$$\begin{cases} 5a + b = 0 \\ 100a^2 = 1 \end{cases}$$ を解いて，$a = \frac{1}{10}$，$b = -\frac{1}{2}$

5 数直線上に針を立て，硬貨を投げて，表が出たら針を正の方向に 1 だけ動かし，裏が出たら針を負の方向に 1 だけ動かす．最初に針を原点に立てておき，硬貨を 6 回投げた後の針の座標を X とする．また，第 k 回目に表が出ると 1，裏が出ると -1 となる確率変数を X_k とすると， $X_1, \dots, X_6$ は互いに独立であって， $X = X_1 + X_2 + \cdots + X_6$ と表せる．次の問に答えよ．

a) 第 k 回目に表が出ると 1，裏が出ると 0 となる確率変数を Y_k とする． X_k を Y_k で表せ．

$1-Y_k$ は裏が出ると 1，表が出ると 0 となる確率変数.

$$X_k = \underbrace{1}_{\text{表}} \times Y_k + \underbrace{(-1)}_{\text{裏}}(1-Y_k) = Y_k - 1 - Y_k = 2Y_k - 1$$

b) $Y = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_6$ は二項分布に従う．その分布を $B(n, p)$ の形で表せ．

$$Y \sim B\left(6, \frac{1}{2}\right)$$

c) X を Y を用いて表せ．

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_6 = (2Y_1 - 1) + (2Y_2 - 1) + \cdots + (2Y_6 - 1)$$
$$= 2(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_6) - 6$$
$$= 2Y - 6$$

d) X の期待値，分散，標準偏差を求めよ．

$Y \sim B\left(6, \frac{1}{2}\right)$ より　$E(Y) = 3$， $V(Y) = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$$E(X) = 2E(Y) - 6 = 2 \times 3 - 6 = 0$$
$$V(X) = 2^2 V(Y) = 4 \times \frac{3}{2} = 6$$
$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{6}$$

6 2 個のサイコロを同時に投げるとき，同じ目が出るならば 20 点を得，異なる目が出るならば 2 点を失うという．これを 15 回繰り返したとき，得点の合計の期待値と標準偏差を求めよ．

2個のサイコロを同時に投げる試行を15回くり返したとき.
同じ目が出る回数を X とする. X は二項分布にしたがう

$$X \sim B\left(15, \frac{1}{6}\right)$$

得点を Y とすると

$$Y = 20 \times X + (-2)(15 - X)$$
$$= 22X - 30$$

$E(X) = 15 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{2}$， $V(X) = 15 \times \frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{25}{12}$

$$E(Y) = 22E(X) - 30 = 22 \times \frac{5}{2} - 30 = 25$$
$$V(Y) = 22^2 V(X) = 22^2 \cdot \frac{25}{12}$$
$$\sigma(Y) = 22 \cdot \frac{5}{\sqrt{12}} = \frac{55\sqrt{3}}{3}$$