

基礎数学 A1	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名
金曜2限 担当: 鎌田 政人							

●最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1 a) 次の式を計算せよ。

$$\begin{aligned}
 4A - 3(B - 2(C - (B - A))) &= 4A - 3(B - 2(C - B + A)) \\
 &= 4A - 3B + 6(C - B + A) \\
 &= 10A - 9B + 6C
 \end{aligned}$$

b) $A = 2x^2 - x + 3, B = 2x^2 + 5x + 4, C = 2x^2 + 3x - 1$ とするとき、次の式を計算せよ。

$$\begin{aligned}
 4A - 3(B - 2(C - (B - A))) &= 10A - 9B + 6C \\
 &= 10(2x^2 - x + 3) - 9(2x^2 + 5x + 4) + 6(2x^2 + 3x - 1) \\
 &= 20x^2 - 10x + 30 - 18x^2 - 45x - 36 + 12x^2 + 18x - 6 \\
 &= 14x^2 - 37x - 12
 \end{aligned}$$

2 次の各式を展開せよ。

a) $(x^2 - xy + 2y^2)(2x - 3y) = 2x^3 - 5x^2y + 7xy^2 - 6y^3$

b) $(x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) = ((x^2 - 1) - x)((x^2 - 1) + x)$
 $= (x^2 - 1)^2 - x^2$
 $= x^4 - 3x^2 + 1$

3 次の各式を因数分解せよ。

a) $3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3(x - 2)^2$

b) $6a^2 + 7ab - 3b^2 = (2a + 3b)(3a - b)$

c) $\frac{1}{3}x^2 - 27y^2 = \frac{1}{3}(x^2 - 81y^2) = \frac{1}{3}(x - 9y)(x + 9y)$

4 $P(x) = x^3 - 8, Q(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ とする。

a) $P(x)$ を因数分解せよ。

$$P(x) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

b) $Q(2)$ を求めよ。

$$Q(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 8 = 8 - 8 - 8 + 8 = 0$$

c) $Q(x)$ を因数分解せよ。

$$\begin{array}{r}
 x^2 \quad -4 \\
 x-2 \overline{) x^3 - 2x^2 - 4x + 8} \\
 \underline{x^3 - 2x^2} \\
 -4x + 8 \\
 \underline{-4x + 8} \\
 0
 \end{array}$$

$$Q(x) = (x - 2)(x^2 + 4)$$

d) $P(x)$ と $Q(x)$ の最大公約数、および最小公倍数を求めよ。

最大公約数 = $x - 2$

最小公倍数 = $(x - 2)^2(x + 2)(x^2 + 2x + 4)$

5 a) 次の除法を行い、商と余りを求めよ。

$$\begin{array}{r}
 x^2 - x + 1 \\
 x^2 - 2x - 1 \overline{) x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 1} \\
 \underline{x^4 - 2x^3 - x^2} \\
 -x^3 + 3x^2 \\
 \underline{-x^3 + 2x^2 + x} \\
 x^2 - x + 1 \\
 \underline{x^2 - 2x - 1} \\
 x + 2
 \end{array}$$

商 = $x^2 - x + 1$ 余り = $x + 2$

b) 上の結果を利用して次の分数式を、整式と分子が分母より低次の分数式との和の形に表せ。

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 - 2x - 1} = x^2 - x + 1 + \frac{x + 2}{x^2 - 2x - 1}$$

6 次の分数式をなるべく簡単にせよ。

a) $\frac{ac}{12ab} = \frac{3b}{ac} \times \frac{1}{12ab} = \frac{1}{4a^2c}$

b) $\frac{2x^2y}{6x^2y + 3xy^2} = \frac{2x}{6x + 3y} (= \frac{2x}{3(2x + y)})$

c) $\frac{(a^2b)^3}{(3c)^2} \times \frac{6c}{(ab)^2} = \frac{a^6b^3 \times 6c^2}{3^2c^2a^2b^2} = \frac{2a^4b}{3c}$

d) $\frac{4a}{(-2b)^2} \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{4a}{4b^2} \times \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{a}$

e) $\frac{x-3}{x} \div \frac{(x-3)^2}{x^2+3x} \times \frac{x-2}{x+2} = \frac{x-3}{x} \times \frac{x(x+3)}{(x-3)^2} \times \frac{x-2}{x+2}$
 $= \frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+2)}$

f) $\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} \div \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^3 - a^2b + ab^2} \times \frac{a^2b + ab^2}{a^3 + b^3}$
 $= \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)^2} \times \frac{a(a^2 - ab + b^2)}{(a+b)^2} \times \frac{ab(a+b)}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}$
 $= \frac{a^2b}{(a-b)(a+b)}$

g) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} = \frac{1+x+1-x}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2}$
 $= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} = \frac{2+2x^2+2-2x^2}{(1-x^2)(1+x^2)}$
 $= \frac{4}{(1-x)(1+x)(1+x^2)} (= \frac{4}{1-x^4})$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad \frac{2x^2}{4x^2 - y^2} + \frac{x-y}{y-2x} &= \frac{2x^2}{(2x-y)(2x+y)} + \frac{y-x}{2x-y} \\ &= \frac{2x^2 + (2x+y)(y-x)}{(2x-y)(2x+y)} = \frac{2x^2 - 2x^2 + xy + y^2}{(2x-y)(2x+y)} \\ &= \frac{y(x+y)}{(2x-y)(2x+y)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \frac{x+2}{2x^2-x-1} + \frac{3x+2}{2x^2+3x+1} \\ &= \frac{x+2}{(2x+1)(x-1)} + \frac{3x+2}{(2x+1)(x+1)} \\ &= \frac{(x+2)(x+1) + (3x+2)(x-1)}{(2x+1)(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2+3x+2 + 3x^2-x-2}{(2x+1)(x-1)(x+1)} = \frac{4x^2+2x}{(2x+1)(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{2x(2x+1)}{(2x+1)(x-1)(x+1)} = \frac{2x}{(x-1)(x+1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j)} \quad \frac{x}{xy+y^2} - \frac{y}{xy+x^2} &= \frac{x}{y(x+y)} - \frac{y}{x(x+y)} \\ &= \frac{x^2 - y^2}{xy(x+y)} = \frac{(x-y)(x+y)}{xy(x+y)} = \frac{x-y}{xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k)} \quad \frac{1}{a(a+b)} + \frac{1}{(a+b)(a+2b)} + \frac{1}{(a+2b)(a+3b)} \\ &= \frac{a+2b+a}{a(a+b)(a+2b)} + \frac{1}{(a+2b)(a+3b)} \\ &= \frac{2(a+b)}{a(a+b)(a+2b)} + \frac{1}{(a+2b)(a+3b)} \\ &= \frac{2(a+3b)+a}{a(a+2b)(a+3b)} = \frac{3(a+2b)}{a(a+2b)(a+3b)} \\ &= \frac{3}{a(a+3b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l)} \quad 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= 1 - \frac{1}{\frac{x-1-x}{x-1}} = 1 - \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = 1 + x - 1 \\ &= x \end{aligned}$$

7] 次の式を [] 内の文字について解け。

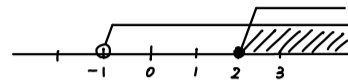
$$\text{a)} \quad V = C \left(1 - \frac{T}{N} \right) \quad [T]$$

$$\begin{aligned} V &= C - \frac{TC}{N} \Rightarrow \frac{TC}{N} = C - V \\ \Rightarrow T &= \frac{N}{C} (C - V) = N - \frac{NV}{C} \end{aligned}$$

8] 次の不等式を解け。またその解を数直線上に表せ。

$$\text{a)} \quad \frac{x+3}{5} \leq \frac{2x-1}{3} < \frac{3x-1}{4}$$

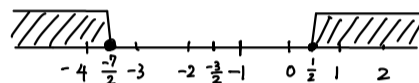
$$\begin{array}{l|l} \frac{x+3}{5} \leq \frac{2x-1}{3} & \frac{2x-1}{3} < \frac{3x-1}{4} \\ \Leftrightarrow 3x+9 \leq 10x-5 & \Leftrightarrow 8x-4 < 9x-3 \\ \Leftrightarrow 14 \leq 7x & \Leftrightarrow -1 < x \\ \Leftrightarrow x \geq 2 & \end{array}$$



(答) $x \geq 2$

$$\text{b)} \quad |2x+3| \geq 4$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} |2x+3| &\geq 2 \\ \Leftrightarrow |x + \frac{3}{2}| &\geq 2 \\ \Leftrightarrow x + \frac{3}{2} \leq -2 \quad \text{または} \quad x + \frac{3}{2} &\geq 2 \\ \Leftrightarrow x \leq -\frac{7}{2} \quad \text{または} \quad x &\geq \frac{1}{2} \end{aligned}$$



9] ビデオ録画には、標準モードと3倍モードの2つの方法がある。例えば、120分録画用のDVDを用いたとき、標準モードでは120分の録画が、また、3倍モードでは360分の録画が出来る。今、150分かかる映画の全部を、3倍モードを出来るだけ少なく用いて、120分録画用のDVDに収めたい。標準モードで何分間の録画をすればよいか。

標準モードで x 分、3倍モードで y 分録画したとする。
3倍モードで y 分録画したとき、標準モードで $\frac{y}{3}$ 分録画するのに必要な容量を消費する。

$$\begin{cases} x + y = 150 \quad \dots \text{① (映画の時間)} \\ x + \frac{y}{3} \leq 120 \quad \dots \text{② (標準モード換算のディスク消費量)} \end{cases}$$

$$\text{①より } x = 150 - y$$

$$\text{これを②に代入し } 150 - y + \frac{y}{3} \leq 120$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}y \leq -30$$

$$\Leftrightarrow y \geq 45$$

したがって $y = 45$ (分) のときが3倍モード最小

よって $x = 150 - 45 = 105$ (分) を標準モードで録画すればよい

10] 消費税率が8%である商品の税込価格は、税抜き価格(整数の値)に1.08を乗じ、1円未満の端数を切り捨てた額である。消費税率8%の商品の税込価格が198円となるようにするには、税抜き価格をどのように設定すればよいか。

税抜き価格を x 円とすると、税込価格が198円となる範囲は

$$198 \leq 1.08x < 199$$

$$183.3... \leq x < 184.2...$$

x は整数だから $x = 184$ 。

したがって 税抜き価格を184円に設定すればよい