

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 次の放物線の頂点を求め, 下の座標平面にこれらの放物線をなるべく丁寧に描け. (とくに頂点, x軸との交点などに注意して描け.)

a) $y = x^2 + 6x + 5$
 $= (x+3)^2 - 4$

頂点 $(-3, -4)$

b) $y = 2x^2 - 8x + 9$
 $= 2(x-2)^2 + 1$

頂点 $(2, 1)$

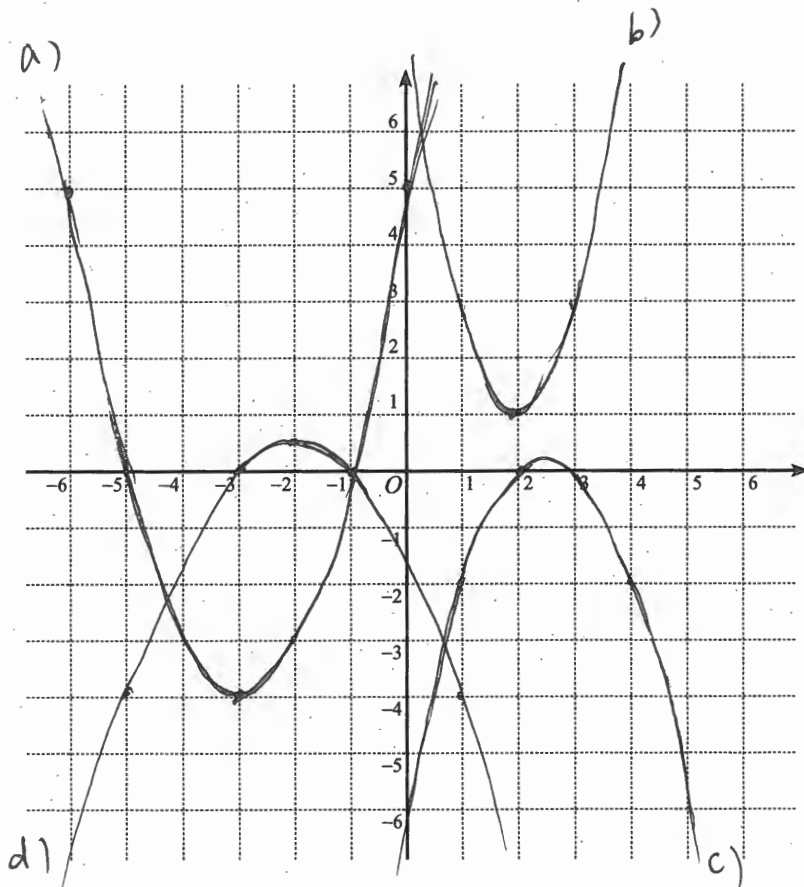
c) $y = -x^2 + 5x - 6$
 $= -(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{1}{4}$

頂点 $(\frac{5}{2}, \frac{1}{4})$

d) $y = -\frac{3}{2} - 2x - \frac{1}{2}x^2$
 $= -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 3)$

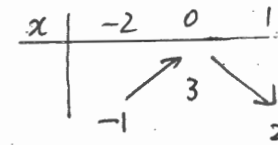
$= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{1}{2}$

頂点 $(-2, \frac{1}{2})$



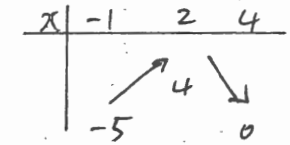
2 次の関数について, () 内に示した定義域における最大値と最小値を求めよ. また, そのときの x の値を求めよ.

c) $y = 3 - x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)



最大値 3 ($x=0$)
 最小値 -1 ($x=-2$)

d) $y = -x^2 + 4x$ ($-1 \leq x \leq 4$)
 $= -(x-2)^2 + 4$

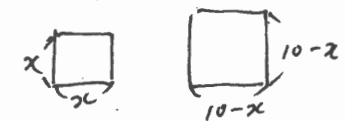


最大値 4 ($x=2$)
 最小値 -5 ($x=-1$)

3 長さ 40cm の針金を 2 つに切り, 2 本の針金をそれぞれ折り曲げて, 正方形を 2 つ作る. それらの正方形の面積の和を最小にするには, 針金をどのように切れればよいか. また, 面積の和の最小値を求めよ.

切った片方を $4x$ cm, もう片方を $40 - 4x$ cm とする.
 それぞれ 1 辺が x cm, $10 - x$ cm の正方形ができる.

面積の和 $= x^2 + (10-x)^2$
 $= 2x^2 - 20x + 100$
 $= 2(x-5)^2 + 50$



これは $x = 5$ cm のとき最小になり 最小値 50 cm^2
 このとき $10 - x = 5$ cm から, 針金を半分に切ったときが最小で 最小値 50 cm^2

4 1 個の原価 80 円の商品を, 1 個につき 100 円で売ると, 毎日 800 個の売り上げがあり, もし値上げをすれば, 単価 1 円の値上げにつき, 10 個の割合で, 売り上げが減少すると考えられるという. 利益を最大にするには, 売価をいくらにすればよいか.

x 円値上げしたとすると

このとき利益は $(100 + x - 80)(800 - 10x)$
 $= 10(20 + x)(80 - x)$
 $= -10(x^2 - 60x - 1600)$
 $= -10(x - 30)^2 + 2500$

よって 30 円値上げしたとき 売価を 130 円にすれば利益が最大になる.

5 次の方程式を複素数の範囲で解け.

a) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

$(2x+1)(x+3) = 0$

$x = -\frac{1}{2}, -3$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$(2x-3)^2 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ (重解)

c) $x^2 + 3x - 2 = 0$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

d) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

$(3x+1)(x-2) = 0$

$x = -\frac{1}{3}, 2$

e) $x^2 - 2x + 5 = 0$

$x = 1 \pm \sqrt{-4}$

$= 1 \pm 2i$

f) $\frac{x^2}{3} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = 0$

$4x^2 + 6x - 3 = 0$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{4}$

6 2次方程式 $x^2 + mx - m + 3 = 0$ が重解をもつとき、定数 m の値を求めよ。また、そのときの重解を求めよ。

重解をもつ $\Leftrightarrow D = 0$

$D = m^2 - 4(-m+3) = 0$

$m^2 + 4m - 12 = 0$

$(m-2)(m+6) = 0$

$m = 2, -6$

i) $m = 2$ のとき

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x+1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$

ii) $m = -6$ のとき

$x^2 - 6x + 9 = 0$

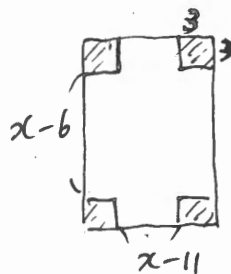
$(x-3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$

7 横が縦よりも5cm短い長方形のボール紙がある。その四隅から一辺が3cmの正方形を切りとり、残りの四方を折り曲げて、ふたのない箱をつくると、容積が 108cm^3 になるという。このボール紙の縦と横の長さを求めよ。

縦を $x\text{cm}$ とすると横は $x-5\text{cm}$

箱の容積は $(x-6)(x-5-6) \times 3 = 3(x-6)(x-11)$



$3(x-6)(x-11) = 108$ 重解

$(x-6)(x-11) = 36$

$x^2 - 17x + 66 = 36$

$x^2 - 17x + 30 = 0$

$(x-15)(x-2) = 0$

$x > 6$ より

$x = 15$

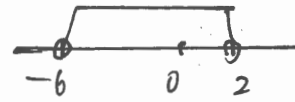
縦 15cm , 横 10cm

8 次の不等式を解け。またその解を数直線上に表せ。

a) $x^2 + 4x - 12 < 0$

$(x-2)(x+6) < 0$

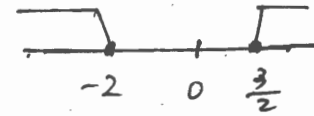
$-6 < x < 2$



b) $2x^2 + x - 6 \geq 0$

$(2x-3)(x+2) \geq 0$

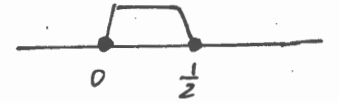
$x \leq -2, x \geq \frac{3}{2}$



c) $2x^2 - x \leq 0$

$x(2x-1) \leq 0$

$0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

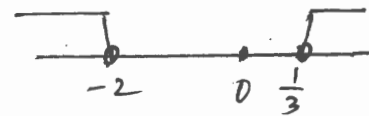


d) $6x^2 + 10x - 4 > 0$

$3x^2 + 5x - 2 > 0$

$(3x-1)(x+2) > 0$

$x < -2, x > \frac{1}{3}$



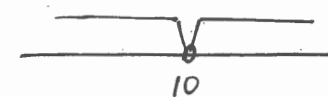
e) $x(x-8) > 12x-100$

$x^2 - 8x - 12x + 100 > 0$

$x^2 - 20x + 100 > 0$

$(x-10)^2 > 0$

$x < 10, x > 10$ ($x \neq 10$)



f) $x^2 - x + 1 \leq 5x - 8$

$x^2 - 6x + 9 \leq 0$

$(x-3)^2 \leq 0$

$-3 \leq x \leq 3$

($x=3$)



9 周囲の長さ 20cm の長方形の面積が 15cm^2 以上、 20cm^2 未満となるようにするには、長方形の長い方の辺の長さをどのようにすればよいか。

[ヒント: 長い方の辺の長さを x とすると、短い方の辺の長さは $10-x$ 。このとき x の方が $10-x$ よりも大きいという条件も考慮しなければならない。]

長い方の辺の長さを x とする。このとき短い方の辺は $10-x$ 。

「長い方の辺が本当に長くなるためには $x > 10-x \Leftrightarrow x > 5$... ①

長方形の面積 $x(10-x)$ 。これが 15 以上 20 未満だから

$15 \leq x(10-x) < 20$

$15 \leq x(10-x)$ より

$x^2 - 10x + 15 \leq 0$

$x^2 - 10x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \pm \sqrt{10}$ より

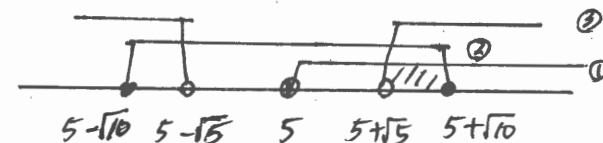
$5 - \sqrt{10} \leq x \leq 5 + \sqrt{10}$... ②

$x(10-x) < 20$ より

$x^2 - 10x + 20 > 0$

同様に②

$x < 5 - \sqrt{5}, x > 5 + \sqrt{5}$... ③



①, ②, ③ あわせ

$5 + \sqrt{5} < x \leq 5 + \sqrt{10}$