2019 年 7 月 19 日

基礎数学 A1	入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	氏 名
金曜２限 担当: 鍬田 政人							

● 最終的な答えだけを書くのではなく，途中の計算や説明も簡潔に書くこと．そうでない場合は大きく減点する．

$\boxed{1}$ 次の各々の式をできるだけ簡単にせよ．

a) $\dfrac{6abc^2}{\frac{bc}{2a}} = 12a^2c$

b) $\dfrac{4\frac{a}{bc}}{2\left(\frac{a}{bc}\right)^2 - 6\frac{a}{bc}} = \dfrac{2abc}{a^2-3abc} = \dfrac{2bc}{a-3bc}$

c) $\dfrac{a^2b+a^3}{a-b} \div \dfrac{2a^2}{b-a} = \dfrac{a^2(a+b)}{a-b} \times \dfrac{b-a}{2a^2} = -\dfrac{a+b}{2}$

d) $\dfrac{2x+y}{x^2+xy-2y^2} - \dfrac{3x+5y}{x^2+3xy+2y^2}$

$= \dfrac{2x+y}{(x+2y)(x-y)} - \dfrac{3x+5y}{(x+2y)(x+y)}$

$= \dfrac{(2x+y)(x+y)-(3x+5y)(x-y)}{(x+y)(x-y)(x+2y)}$

$= \dfrac{-x^2-xy+6y^2}{(x+y)(x-y)(x+2y)} = \dfrac{-(x+2y)(x-3y)}{(x+y)(x-y)(x+2y)}$

$= \dfrac{-x+3y}{(x+y)(x-y)}$

e) $\dfrac{1}{a(a+b)} + \dfrac{1}{a(a-b)} + \dfrac{1}{(a-b)(a-2b)}$

$= \dfrac{a-b+a+b}{a(a+b)(a-b)} + \dfrac{1}{(a-b)(a-2b)}$

$= \dfrac{2}{(a+b)(a-b)} + \dfrac{1}{(a-b)(a-2b)}$

$= \dfrac{2(a-2b)+(a+b)}{(a+b)(a-b)(a-2b)} = \dfrac{3(a-b)}{(a+b)(a-b)(a-2b)}$

$= \dfrac{3}{(a+b)(a-2b)}$

f) $\dfrac{1}{1+\frac{x}{1-x}} - \dfrac{1}{1-\frac{x}{1+x}} = \dfrac{1-x}{1-x+x} - \dfrac{1+x}{1+x-x}$

$= 1-x-(1+x)$

$= -2x$

$\boxed{2}$ $P(x) = x^3-4x^2-3x+18$，$Q(x) = x^3+x^2-8x-12$ とする．

a) $P(-2)$，$Q(-2)$ を求めよ

$P(-2) = -8-16+6+18 = 24-24 = 0$

$Q(-2) = -8+4+16-12 = 20-20 = 0$

b) $P(x)$，$Q(x)$ をそれぞれ因数分解せよ．

$P(x) = (x+2)(x^2-6x+9) = (x+2)(x-3)^2$

$Q(x) = (x+2)(x^2-x+6) = (x+2)(x+2)(x-3)$
$= (x+2)^2(x-3)$

c) $P(x)$ と $Q(x)$ の最大公約数，および最小公倍数を求めよ．

最大公約数 $= (x+2)(x-3)$

最小公倍数 $= (x+2)^2(x-3)^2$

$\boxed{3}$ 次の除法を行い，商と余りを求めよ．

$$
\begin{array}{r}
\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\
2x^2+2x-3 \,\big)\, x^3+2x^2-2x+1 \\
x^3+x^2-\frac{3}{2}x \\
\hline
x^2-\frac{1}{2}x+1 \\
x^2+x-\frac{3}{2} \\
\hline
-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}
\end{array}
$$

商 $= \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$　　余り $= -\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$

$\boxed{4}$ $\dfrac{6x-5}{2x-1}$ を $a + \dfrac{b}{2x-1}$ の形に表せ．

$\dfrac{6x-5}{2x-1} = 3 + \dfrac{-2}{2x-1}$

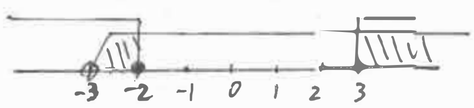
$$
\begin{array}{r}
3 \\
2x-1 \,\big)\, 6x-5 \\
6x-3 \\
\hline
-2
\end{array}
$$

$\boxed{5}$ 次の不等式を解け．またその解を数直線上に表せ．

a) $\begin{cases} x^2-x-6 \geqq 0 & \cdots ① \\ \dfrac{x-3}{2} < \dfrac{2x-3}{3} & \cdots ② \end{cases}$

① ⇔ $(x-3)(x+2) \geqq 0$ ⇔ $x \leqq -2,\ x \geqq 3$

② ⇔ $3x-9 < 4x-6$ ⇔ $x > -3$



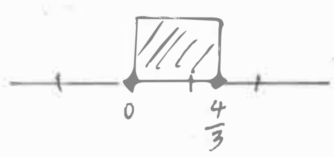
$-3 < x \leqq -2,\ x \geqq 3$

b) $|3x-2| \leqq 2$

$-2 \leqq 3x-2 \leqq 2$

⇔ $0 \leqq 3x \leqq 4$

⇔ $0 \leqq x \leqq \frac{4}{3}$



6 ふつう消費税の計算では，税抜価格にその 8% を加え，1 円以下の端数を切り捨てた金額を税込価格としている．

a) 税抜価格 x と税込価格 y との間に成り立つ不等式を示せ．

$$y \leqq 1.08x < y+1$$

b) 税込価格を 200 円とするには，税抜価格をいくらに設定すれば良いか．

$$200 \leqq 1.08x < 201$$

$$\Rightarrow 185.1 \leqq x < 186.11$$

∴ 186円 とすればよい．

7 a）放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+1$ は，放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ をどのように平行移動したものかを述べよ．

$$y=-\frac{1}{2}x^2-x+1=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{1}{2}+1$$

$$=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{3}{2}$$

$\begin{cases} x\text{軸方向に } -1 \\ y\text{軸方向に } +\frac{3}{2} \end{cases}$

だけ平行移動したもの

b) 2 次関数 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+1$ の $-2 \leqq x \leqq 1$ における最大値，最小値を求めよ．

最大値 $\frac{3}{2}$ $(x=-1)$

最小値 $-\frac{1}{2}$ $(x=1)$

8 a) 2 次方程式 $\frac{x^2}{3}-\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=0$ を解け．

$$4x^2-6x-3=0$$

$$x=\frac{3\pm\sqrt{9+12}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{21}}{4}$$

b) 2 次不等式 $\frac{x^2}{3}-\frac{x}{2}-\frac{1}{4} \geqq 0$ を解け．

$$\left(x-\frac{3+\sqrt{21}}{4}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{21}}{4}\right) \geqq 0$$

$$x \leqq \frac{3-\sqrt{21}}{4}, \quad x \geqq \frac{3+\sqrt{21}}{4}$$

9 1 杯の原価が 50 円のカフェラテを，1 杯 320 円で売ると，毎日 120 杯の売り上げがある．もし値上げをすれば，1 杯 10 円の値上げにつき 5 杯の割合で，売り上げが減少するという．利益を最大にするには，1 杯いくらで販売すればよいか．

x 円 値上げしたとする．このとき利益 y は

$$y=(320+x-50)\left(120-\frac{1}{2}x\right)$$

$$=-\frac{1}{2}x^2-15x+270\times120$$

$$=-\frac{1}{2}(x+15)^2+(\text{定数})$$

したがって $x=15$円 のとき利益最大

∴ 305円で販売すればよい

10 次の各々の式を簡単にせよ．

a) $\sqrt[3]{-\sqrt{64}}=\sqrt[6]{-2^6}=-2$

b) $\frac{\sqrt{ab^3}\times\sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[6]{a^3b^2}}= a^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{6}}\cdot b^{\frac{3}{2}+\frac{1}{3}-\frac{2}{6}}=a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{2}}$

c) $\log_9\sqrt{3}=\log_9 3^{\frac{1}{2}}=\log_9(9^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}$

d) $2^{\log_2 5}=5$

e) $\log_3 12+\log_9 36-\log_3 8=\log_3 12+\frac{\log_3 36}{\log_3 9}-\log_3 8$

$$=\log_3\frac{12\times6}{8}=\log_3 9=2$$

f) $\log_2(\sqrt{6}+2)+\log_2(\sqrt{6}-2)=\log_2(6-4)=\log_2 2=1$

11 光が鏡で 1 回反射するごとに，その光度の 10% を失うという．このような反射をくり返すとき，光度がはじめてもとの光度の $\frac{1}{9}$ 以下になるのは何回目の反射のときか．ただし，$\log_{10}3=0.4771$ とする．

n回反射した後 光度は $\left(\frac{9}{10}\right)^n$ になるから

$$\left(\frac{9}{10}\right)^n \leqq \frac{1}{9}$$

を解けばよい。両辺の $\log_{10}$ をとって

$$n\log_{10}\frac{9}{10} \leqq \log_{10}\frac{1}{9}$$

$$(2\log_{10}3-1)n \leqq -2\log_{10}3$$

$$-0.0458n \leqq -0.9542$$

$$n \geqq \frac{0.9542}{0.0458} \fallingdotseq 20.8\ldots$$

21回目

12 次の極限値を求めよ．

a) $\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x^2+x-6}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+3)}$

$$=\lim_{x\to2}\frac{x^2+2x+4}{x+3}$$

$$=\frac{4+4+4}{2+3}=\frac{12}{5}$$

b) $\lim_{h\to0}\frac{h}{\frac{1}{a+h}-\frac{1}{a-h}}=\lim_{h\to0}\frac{h}{\frac{a-h-(a+h)}{(a+h)(a-h)}}$

$$=\lim_{h\to0}\frac{h(a+h)(a-h)}{-2h}=\lim_{h\to0}\frac{(a+h)(a-h)}{-2}$$

$$=-\frac{1}{2}a^2$$

【2枚目につづく】

2019年7月19日

基礎数学 A1	入学年度		学部	学 科		組		番　号		検	氏　　　　名	
金曜２限 担当: 鍬田 政人												

13 関数 $f(x) = (3-2x)^2$ について，極限を用いた定義に従って，$x=1$ における微分係数 $f'(1)$ を求めよ．

$$f'(1) = \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(3-2(1+h))^2-1}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{(1-2h)^2-1}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{-4h+4h^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}(-4+4h) = -4$$

14 $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{6}$ とする．以下の問いに答えよ．

a) $f(x)$ の導関数を求めよ．（定義に従って計算する必要はない．）

$$f'(x) = -2x^2+x+3$$

b) $f'(x) = 0$ となる x を求めよ．

$$-2x^2+x+3=0$$

$$(2x-3)(x+1)=0$$

$$x = -1,\ \frac{3}{2}$$

c) $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ．

$$-2x^2+x+3>0$$

$$2x^2-x-3<0$$

$$(2x-3)(x+1)<0$$

$$-1<x<\frac{3}{2}$$

15 静止している物体を自然に落下させるとき，落下を始めてから t 秒間に落ちる距離を y m とすると，$y = 4.9t^2$ であるとことが知られている．

a) 物体が落下し始めて a 秒後から b 秒後までに落ちる距離と，その間の平均の速さを求めよ．ただし，a，b は $a<b$ をみたす定数とする．

平均の速さ $\frac{4.9b^2-4.9a^2}{b-a} = \frac{4.9(b+a)(b-a)}{b-a}$

$$= 4.9(b+a)$$

落ちる距離 $= 4.9b^2-4.9a^2$

b) 物体が落下し始めて c 秒後の瞬間の速さを極限を用いて計算せよ．ただし，c は定数とする．

$$\lim_{h\to 0}\frac{4.9(c+h)^2-4.9c^2}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{4.9(c^2+2ch+h^2-c^2)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}4.9(2c+h) = 9.8c$$

16 $M = a^r$，$N = a^s$ とおき，指数法則を利用して，対数の性質

$$\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

を証明せよ．

$$\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a\frac{a^r}{a^s}$$

$$= \log_a a^{r-s} \quad (\because 指数法則)$$

$$= r-s \quad (\because \log の定義)$$

$\log_a M = \log_a a^r = r$，$\log_a N = \log_a a^s = s$ より

$$\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

17 a) 次の式を計算せよ．

$$4(A-3(B-C)) - 3(A-(3B-2C))$$

$$= 4A-12B+12C-(3A-9B+6C)$$

$$= A-3B+6C$$

b) $A = -3a^2-ab+2b^2$，$B = -a^2+2ab-b^2$，$C = 2a^2-3ab+3b^2$，とするとき，次の式を計算せよ．

$$4(A-3(B-C)) - 3(A-(3B-2C))$$

$$= A-3B+6C$$

$$= (-3a^2-ab+2b^2) -3(-a^2+2ab-b^2) +6(2a^2-3ab+3b^2)$$

$$= 12a^2-25ab+23b^2$$

【以上】