入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ
						氏 名

1 次の計算をせよ．

a) $\frac{5x^2}{10x^3} = \frac{\cancel{5x^2}}{\cancel{10x^3}_{2}} = \frac{1}{2x}$

b) $\frac{8xy^3}{12x^2y^2} = \frac{\cancel{8}^{2}\cancel{xy^3}}{\cancel{12}_{3}\cancel{x^2y^2}} = \frac{2y}{3x}$

c) $\frac{1}{x} \times \frac{x^2}{y} = \frac{x^2}{\cancel{x}y} = \frac{x}{y}$

d) $\frac{a}{x} \div \frac{a^2}{x^2} = \frac{\cancel{a}}{\cancel{x}} \times \frac{x^2}{a^2} = \frac{x}{a}$

e) $\frac{3abc}{2a^2} \times \frac{8a}{9b^2c} = \frac{\cancel{3abc}}{\cancel{2a^2}} \times \frac{\cancel{8a}^{4}}{\cancel{9b^2c}_{3}} = \frac{4}{3b}$

f) $\frac{ab}{xy} \times \frac{y^2}{x^2} \div \frac{bc}{y} = \frac{a\cancel{b}}{x\cancel{y}} \times \frac{y^2}{x^2} \times \frac{\cancel{y}}{\cancel{b}c} = \frac{ay^2}{cx^3}$

2 次の分数式を約分せよ．

a) $\frac{2x}{6x^2-x} = \frac{2\cancel{x}}{\cancel{x}(6x-1)} = \frac{2}{6x-1}$

b) $\frac{6x^2+6ax}{3a^2x} = \frac{\cancel{6}^{2}\cancel{x}(x+a)}{\cancel{3}a^2\cancel{x}} = \frac{2(x+a)}{a^2}$

c) $\frac{x^2-1}{x^2+x} = \frac{(x-1)\cancel{(x+1)}}{x\cancel{(x+1)}} = \frac{x-1}{x}$

d) $\frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{(x-2)^{\cancel{2}}} = \frac{x+1}{x-2}$

e) $\frac{x^3+1}{x^3-x} = \frac{\cancel{(x+1)}(x^2-x+1)}{x(x-1)\cancel{(x+1)}} = \frac{x^2-x+1}{x(x-1)}$

f) $\frac{a^3+3a^2b-4ab^2}{2a^2-4ab+2b^2} = \frac{a\cancel{(a-b)}(a+4b)}{2(a-b)^{\cancel{2}}}$

$= \frac{a(a+4b)}{2(a-b)}$

3 次の計算をせよ．

a) $\frac{x}{x^2-1} \times \frac{x^2-3x+2}{x^2+2x} = \frac{\cancel{x}\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}(x+1)\cancel{x}(x+2)} = \frac{x-2}{(x+1)(x+2)}$

一般に
分母は展開しない
方がよい．

b) $\frac{2x+4}{x^2+x-12} \times \frac{x-3}{x^2+6x+8} = \frac{2\cancel{(x+2)}\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+4)\cancel{(x+2)}(x+4)} = \frac{2}{(x+4)^2}$

c) $\frac{x-4}{x-2} \div \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} = \frac{\cancel{x-4}}{\cancel{x-2}} \times \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{(x-1)\cancel{(x-4)}} = \frac{x+2}{x-1}$

d) $\frac{x^2-9}{x+2} \div (x^2-x-6) = \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{x+2} \times \frac{1}{(x+2)\cancel{(x-3)}} = \frac{x+3}{(x+2)^2}$

4 次の各組の式を因数分解し，最大公約数と最小公倍数を求めよ．

a) $x^2-4 = (x-2)(x+2)$
$x^2+4x+4 = (x+2)^2$
最大公約数 $= x+2$
最小公倍数 $= (x-2)(x+2)^2$

b) $x^2-x-2 = (x+1)(x-2)$
$x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1)$
最大公約数 $= x+1$
最小公倍数 $= (x+1)(x-2)(x^2-x+1)$

c) $x^2-1 = (x-1)(x+1)$
$x^3+x^2-x-1 = (x-1)(x+1)^2$
$x^3-x^2-x+1 = (x-1)^2(x+1)$
最大公約数 $= (x-1)(x+1)$
最小公倍数 $= (x-1)^2(x+1)^2$

5 次の計算をせよ．

a) $\frac{2x}{x+5} - \frac{x-5}{x+5} = \frac{2x-x+5}{x+5} = \frac{x+5}{x+5} = 1$

b) $\frac{x-2}{2x} + \frac{x+3}{3x} = \frac{3(x-2)+2(x+3)}{6x} = \frac{5\cancel{x}}{6\cancel{x}} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$

d) $\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2-a} - \frac{2}{a^2-1} = \frac{a^2-1+a+1-2a}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a^2-a}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a(a-1)}{a(a-1)(a+1)} = \frac{1}{a+1}$

e) $\frac{4x}{x^2-1} - \frac{x-1}{x^2+x} = \frac{4x^2-(x-1)^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{3x^2+2x-1}{x(x-1)(x+1)} = \frac{(3x-1)\cancel{(x+1)}}{x(x-1)\cancel{(x+1)}} = \frac{3x-1}{x(x-1)}$

6 a) $x^2+2xy-3y^2$ を因数分解せよ．　$x^2+2xy-3y^2 = (x-y)(x+3y)$

b) 上の結果を用い，次の式を計算せよ．

通分に利用する

$\frac{x-y}{x^2+2xy-3y^2} - \frac{2}{x-y} - \frac{7}{x+3y} = \frac{x-y-2(x+3y)-7(x-y)}{(x-y)(x+3y)}$

$= \frac{-8x}{(x-y)(x+3y)}$

7 次の計算をせよ．

a) $\dfrac{\frac{c}{ab}}{ab^2c} = \dfrac{\cancel{c}}{ab} \times \dfrac{1}{ab^2\cancel{c}} = \dfrac{1}{a^2b^3}$

b) $\dfrac{\frac{bc}{ad}}{\frac{b^2}{a}} = \dfrac{bc}{ad} \div \dfrac{b^2}{a} = \dfrac{\cancel{b}c}{\cancel{a}d} \times \dfrac{\cancel{a}}{b^{\cancel{2}}} = \dfrac{c}{bd}$

c) $\dfrac{1}{1-\frac{1}{x+1}} = \dfrac{1}{\frac{x+1-1}{x+1}} = \dfrac{1}{\frac{x}{x+1}} = \dfrac{x+1}{x}$

d) $\dfrac{1-\frac{1}{x}}{x-\frac{1}{x}} = \dfrac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x^2-1}{x}} = \dfrac{x-1}{x^2-1} = \dfrac{1}{x+1}$

e) $\dfrac{x+3}{1+\frac{1}{x+2}} + \dfrac{x-2}{1-\frac{1}{x-1}} = \dfrac{x+3}{\frac{x+2+1}{x+2}} + \dfrac{x-2}{\frac{x-1-1}{x-1}} = \dfrac{x+3}{\frac{x+3}{x+2}} + \dfrac{x-2}{\frac{x-2}{x-1}} = x+2+x-1 = 2x+1$

8 次の計算をせよ．

a) $\left(\dfrac{x^2}{y}-\dfrac{y^2}{x}\right) \div \left(\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{x^3-y^3}{xy} \div \dfrac{x-y}{xy} = \dfrac{\cancel{(x-y)}(x^2+xy+y^2)}{\cancel{xy}} \times \dfrac{\cancel{xy}}{\cancel{x-y}} = x^2+xy+y^2$

b) $\dfrac{1}{x+2} + \dfrac{x}{2-x} + \dfrac{x+6}{x^2-4} = \dfrac{x-2-x(x+2)+x+6}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{-x^2+4}{x^4-4} = -1$

c) $\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y} - \dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \dfrac{x(x-y)+y(x+y)-(x^2+y^2)}{(x-y)(x+y)} = \dfrac{0}{(x-y)(x+y)} = 0$

d) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{y}{x(x+y)} - \dfrac{z}{(x+y)(x+y+z)} = \dfrac{x+\cancel{y}-\cancel{y}}{x(x+y)} - \dfrac{z}{(x+y)(x+y+z)} = \dfrac{1}{x+y} - \dfrac{z}{(x+y)(x+y+z)}$

$= \dfrac{x+y+\cancel{z}-\cancel{z}}{(x+y)(x+y+z)} = \dfrac{1}{x+y+z}$

e) $\dfrac{b-c}{(a+b)(a+c)} + \dfrac{c-a}{(b+c)(b+a)} + \dfrac{a-b}{(c+a)(c+b)}$

$= \dfrac{(b-c)(b+c)+(c-a)(c+a)+(a-b)(a+b)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$

$= \dfrac{b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2}{(a+b)(b+c)(c+a)} = 0$

9 ある川にそって，a km 離れている 2 地点 A, B がある．川下の A 地点から川上の B 地点まで船で往復するとき，船の静水での速さを毎時 u km，川の流れの速さを毎時 v km（$v < u$）として，次の問いに答えよ．［ヒント：A 地点から B 地点までさかのぼる速さは $(u-v)$ km/時，B 地点から A 地点までくだる速さは $(u+v)$ km/時］

a) 往復にかかる時間を求めよ．

往路：$\dfrac{a}{u-v}$，復路：$\dfrac{a}{u+v}$ より 往復には $\dfrac{a}{u-v} + \dfrac{a}{u+v}$

$= \dfrac{au+av+au-av}{(u-v)(u+v)} = \dfrac{2au}{(u-v)(u+v)}$ 時間かかる．

b) 往復の平均の速さを求めよ． 「速さの平均」ではない

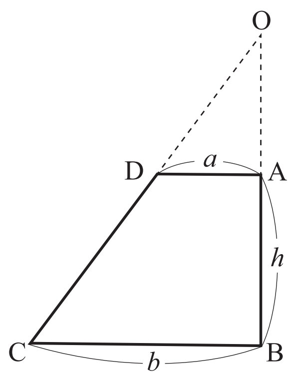
往復 $2a$ km に $\dfrac{2au}{(u-v)(u+v)}$ 時間かかったので平均の速さは $\dfrac{(u-v)(u+v)}{u}$ (km/時)

c) b) で求めた平均の速さと，この船の静水での速さをくらべるとどちらが速いか．

b の答は $\dfrac{u^2-v^2}{u} = u - \dfrac{v}{u}$ と書ける $\dfrac{v}{u} > 0$ だから，

$u - \dfrac{v}{u} < u$，すなわち 静水での速さの方が速い

10 図のような台形 ABCD を，AB のまわりに回転してできる立体（円錐台）の体積を，次の順に考えて求めよ．



a) OA の長さを a, b, h で表せ．［ヒント：OA$= x$ とおき，△OAD ∽ △OBC を用いる．］

OA$=x$ とすると △OAD ∽ △OBC だから

OA : OB = AD : BC

したがって $x : (x+h) = a : b$

これを x について解くと，$ax+ah=bx$ より $x = \dfrac{ah}{b-a}$．

$\therefore$ OA $= \dfrac{ah}{b-a}$

b) OB の長さを a, b, h を用いて，なるべく簡単な形に表せ．

OB $= x+h = \dfrac{ah}{b-a} + h = \dfrac{ah+h(b-a)}{b-a} = \dfrac{bh}{b-a}$

c) 台形 ABCD を AB のまわりに回転してでき円錐台の体積を，BC と AD をそれぞれ底面の半径とする 2 つの円錐の体積の差として求め，それをなるべく簡単な形で表せ．

△OCB を回転してできる円錐の体積 $\dfrac{1}{3}\pi BC^2 \cdot OB = \dfrac{1}{3}\pi b^2 \dfrac{bh}{b-a} = \dfrac{\pi}{3} \times \dfrac{b^3h}{b-a}$

△OAD 〃 $\dfrac{1}{3}\pi AD^2 \cdot OA = \dfrac{1}{3}\pi a^2 \dfrac{ah}{b-a} = \dfrac{\pi}{3} \times \dfrac{a^3h}{b-a}$

よって求める体積は $\dfrac{\pi}{3}\dfrac{b^3h}{b-a} - \dfrac{\pi}{3}\dfrac{a^3h}{b-a} = \dfrac{\pi}{3}\dfrac{b^3-a^3}{b-a}h$

$= \dfrac{\pi}{3}\dfrac{\cancel{(b-a)}(b^2+ab+a^2)}{\cancel{b-a}}h = \dfrac{\pi}{3}(b^2+ab+a^2)h$

約分必須

担当：鍬田 政人 (kuwata@tamacc.chuo-u.ac.jp)