

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 次の各々の式を因数分解せよ.

a) $3ab - 6ac = 3a(b - 2c)$

b) $2a^2b - ab^2 = ab(2a - b)$

c) $x^2 - x = x(x - 1)$

d) $(a + b)x - (a + b)y = (a + b)(x - y)$

e) $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

f) $x^2 - 7x + 10 = (x - 2)(x - 5)$

g) $3x^2 - 18x + 27 = 3(x^2 - 6x + 9)$
 $= 3(x - 3)^2$

h) $x^2 - 11xy + 24y^2 = (x - 3y)(x - 8y)$

i) $25x^2 - 4 = (5x - 2)(5x + 2)$

j) $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

k) $x^4 + x = x(x^3 + 1)$
 $= x(x + 1)(x^2 - x + 1)$

l) $3x^2 - 5x - 2 = (x - 2)(3x + 1)$

$$\begin{array}{r} 1x^2 - 2x - 2 \\ 3x^2 - 6x - 4 \\ \hline 3x^2 - 5x - 2 \\ \hline -x - 2 \\ \hline -x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

2 次の除法を行い, 商と余りを求めよ. ただし, a は定数とする.

a)
$$\begin{array}{r} x^2 \quad + 4 \\ x - 2 \overline{) x^3 - 2x^2 + 4x - 8} \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ 4x - 8 \\ \underline{4x - 8} \\ 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} x + 3 \\ x^2 - 3x + 2 \overline{) x^3 - 9x + 8} \\ \underline{x^3 - 3x^2 + 2x} \\ 3x^2 - 11x + 8 \\ \underline{3x^2 - 9x + 6} \\ -2x + 2 \end{array}$$

商 = $x^2 + 4$ 余り = 0

商 = $x + 3$ 余り = $-2x + 2$

c)
$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \\ 2x^2 - 1 \overline{) x^3 - 3x^2 + 4} \\ \underline{x^3 - \frac{1}{2}x^2} \\ -3x^2 + \frac{1}{2}x + 4 \\ \underline{-3x^2 + \frac{3}{2}x} \\ \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} x - 2a \\ x^2 + ax - a^2 \overline{) x^3 - ax^2 - 3a^2x} \\ \underline{x^3 + ax^2 - a^2x} \\ -2ax^2 - 2a^2x - 3a^2x \\ \underline{-2ax^2 - 2a^2x + 2a^3} \\ -2a^3 \end{array}$$

商 = $\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ 余り = $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

商 = $x - 2a$ 余り = $-2a^3$

3 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ とする.

a) $f(x)$ を $x - 2$ で割ったときの余りを求めよ.

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 1 \\ x - 2 \overline{) x^3 - 3x + 1} \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ 2x^2 - 3x + 1 \\ \underline{2x^2 - 4x} \\ x + 1 \\ \underline{x - 2} \\ 3 \end{array}$$

余り 3

b) $f(2)$ の値を計算し, a) の結果と一致することを確認せよ.

$$\begin{aligned} f(2) &= 2^3 - 3 \times 2 + 1 \\ &= 8 - 6 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

これは a) で求めた余りと一致している。

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 2) \underbrace{(x^2 + 2x + 1)}_{\text{商}} + \underbrace{3}_{\text{余り}} \\ f(2) &= 0 \times (\text{商}) + 3 \end{aligned}$$

4 a) 剰余の定理を利用して, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ を次の式で割ったときの余りを求めよ.

- 1) $x - 1$ $f(1) = 1 - 3 + 4 = 2$
 2) $x - 2$ $f(2) = 8 - 3 \times 4 + 4 = 0$
 3) $x + 1$ $f(-1) = -1 - 3 + 4 = 0$
 4) $x + 2$ $f(-2) = -8 - 3 \times 4 + 4 = -16$

b) $x - 1, x - 2, x + 1, x + 2$ のうち $x^3 - 3x^2 + 4$ の因数になっているものをいえ.

$f(2) = f(-1) = 0$ より $x - 2, x + 1$ は $x^3 - 3x^2 + 4$ の因数

c) $x^3 - 3x^2 + 4$ を因数分解せよ.

$x^3 - 3x^2 + 4$ は $(x - 2)(x + 1) = x^2 - x - 2$ で割り切れず

$$\begin{array}{r} x^2 - x - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 4} \\ \underline{x^3 - x^2 - 2x} \\ -2x^2 + 2x + 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

左の計算により $x^3 - 3x^2 + 4 = (x - 2)(x + 1)(x - 2) = (x - 2)^2(x + 1)$

5 $P(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$ とする.

a) $P(-1)$ を計算せよ.

$P(-1) = -1 - 1 + 5 - 3 = 0$

b) $P(x)$ を因数分解せよ.

a) より $P(x)$ は $x + 1$ で割り切れず.

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x - 3 \overline{) x^3 - x^2 - 5x - 3} \\ \underline{x^3 + x^2} \\ -2x^2 - 5x - 3 \\ \underline{-2x^2 - 2x} \\ -3x - 3 \\ \underline{-3x - 3} \\ 0 \end{array}$$

左の計算により $x^3 - x^2 - 5x - 3 = (x + 1)(x^2 - 2x - 3) = (x + 1)(x - 3)(x + 1) = (x + 1)^2(x - 3)$

6 割り算の商と余りの間には (割られる数) = (割る数) × (商) + (余り) という関係が成り立つ. これを分数で表すと, $\frac{\text{(割られる数)}}{\text{(割る数)}} = \text{(商)} + \frac{\text{(余り)}}{\text{(割る数)}}$ という形になる. 例えば, 17 を 7 で割ると商は 2 で余り 3 となるので, $\frac{17}{7} = 2 + \frac{3}{7}$ である. これは分数式でも同様で, $2x^2 - 5x + 1$ を $x - 2$ で割ると商が $2x - 1$ で, 余りが -1 なので, $\frac{2x^2 - 5x + 1}{x - 2} = 2x - 1 + \frac{-1}{x - 2}$ のように表せる. つまり, 分子の次数が分母の次数以上の分数式は, 整式と分子が分母より低次の分数式との和の形に表せる. 次の各々の分数式をこのように整式と分子が分母より低次の分数式との和の形にせよ.

a) $\frac{5x - 3}{x - 2} = 5 + \frac{7}{x - 2}$

$$\begin{array}{r} 5 \\ x - 2 \overline{) 5x - 3} \\ \underline{5x - 10} \\ 7 \end{array}$$

b) $\frac{2x^2 - x + 3}{2x + 1} = x - 1 + \frac{4}{2x + 1}$

$$\begin{array}{r} x - 1 \\ 2x + 1 \overline{) 2x^2 - x + 3} \\ \underline{2x^2 + x} \\ -2x + 3 \\ \underline{-2x - 1} \\ 4 \end{array}$$