

微分積分 I (火曜 2 限)	入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ	
期末試験							氏名	

●最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ とする。

- a) x が 1 から $1+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め、なるべく簡単な形で表せ。

- b) $f(x)$ の $x = 1$ における微分係数 $f'(1)$ を極限による定義を用いて直接計算せよ。

2 $f(x) = (2-x)\sqrt{4-x^2}$ とする。

- a) $f(x)$ の定義域を求めよ。

- b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を計算せよ。

- c) $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ。

- d) $f(x)$ の増減表を完成させよ。

x	
$f'(x)$	
$f(x)$	

- e) $f(x)$ が定義される範囲内の最大値・最小値を求めよ。

3 $f(x) = \sqrt{4x-2}$ とする。以下の問いに答えよ。

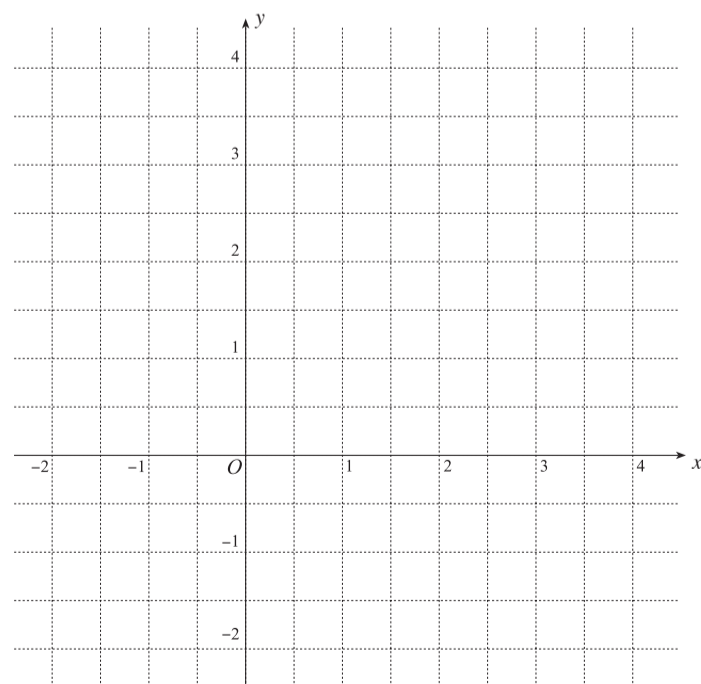
- a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ。

- b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域と値域を求めよ。

- c) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。 [定義に戻る必要はない。]

- d) $y = f(x)$ のグラフの $(\frac{3}{2}, 2)$ における接線の方程式を求めよ。

- e) $y = f(x)$ のグラフ、 $y = f(x)$ の $(\frac{3}{2}, 2)$ における接線、逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの 3 つを右上の座標平面内に描け。



4 $f(x) = \frac{3x-4}{2x-1}$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を述べよ.

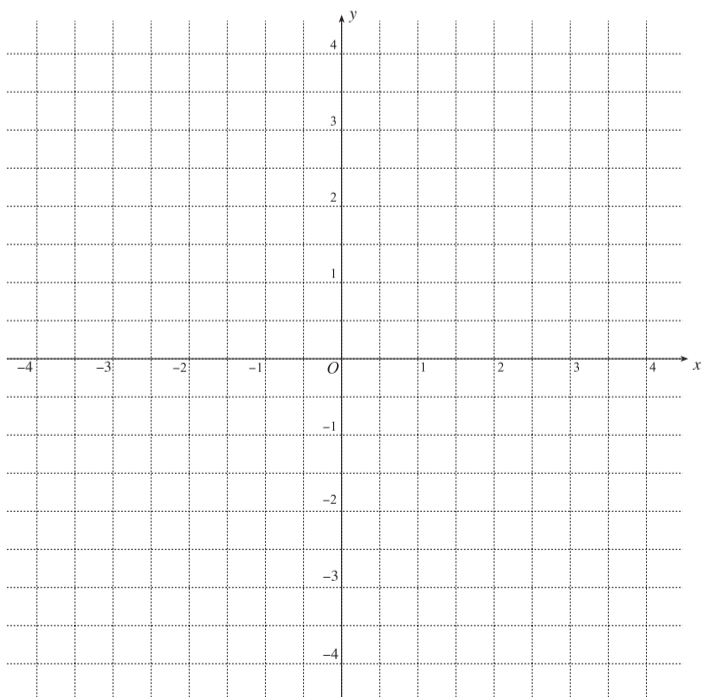
b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域を求めよ.

c) $y = f(x)$ および、 $y = f^{-1}(x)$ の値域を求めよ.

d) $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ が成り立つことを確かめよ.

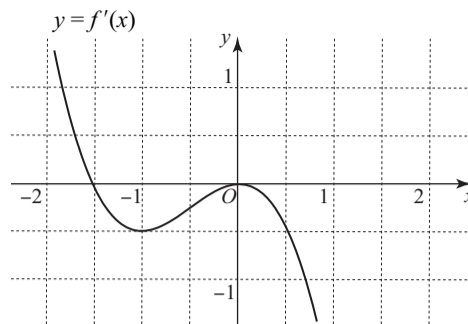
e) $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ の交点を求めよ.

f) $y = f(x)$ のグラフおよび直線 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ を下の座標平面内に描け.



g) グラフを利用して不等式 $\frac{3x-4}{2x-1} \leq -\frac{1}{2}x + 1$ を解け.

5 下の図はある関数 $f(x)$ について、その導関数のグラフ $y = f'(x)$ の概形を示したものである.



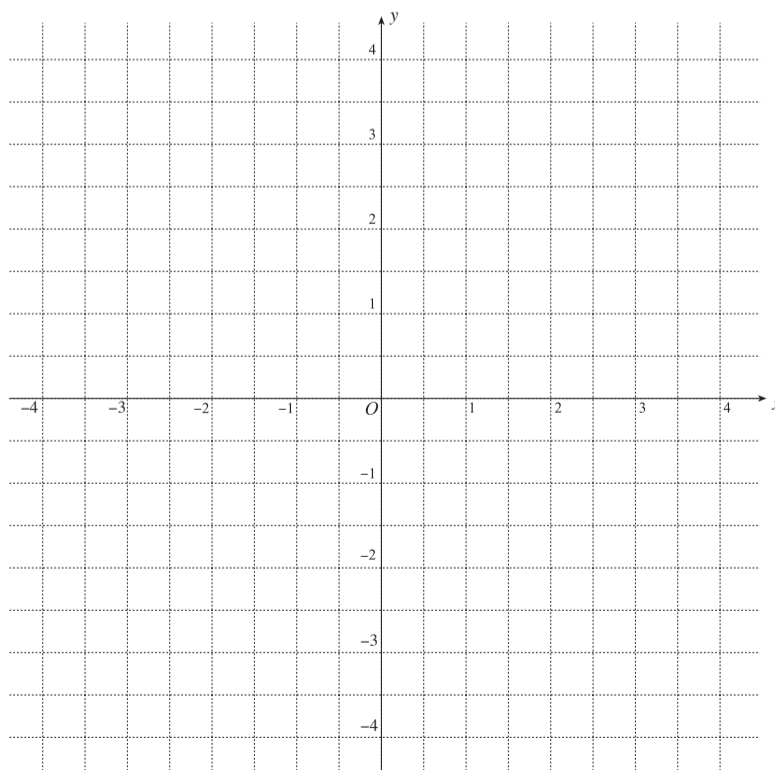
a) 上の図をもとに、関数 $f(x)$ の増減表を書いて、曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べよ。(凹凸は曲がった矢印 \nearrow \searrow \curvearrowright \curvearrowleft で表すこと.)

x
$f'(x)$							
$f''(x)$							
$f(x)$							

b) 関数 $f(x)$ が極大、極小となる x の値と、曲線 $y = f(x)$ の変曲点の x 座標を求めよ.

c) さらに、 $f(x)$ の値が下の表に示されているとおりにする。このとき、 $y = f(x)$ のグラフを可能な限り忠実に描き、極大・極小点および変曲点を示せ.

x	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	0	1	$\frac{3}{2}$
$f(x)$	-3	1	1.84	1.5	1	-0.5	-5



微分積分 I (火曜 2 限)	入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ	
期末試験							氏名	

6) $f(x) = \log\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を述べよ.

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

c) $f'(x) = 0$ となる x と, $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

d) $f(x)$ の 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

e) $f''(x) = 0$ となる x と, $f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

f) $f(x)$ の増減表を完成させよ. (増減だけでなくグラフの凹凸も調べ, 曲がった矢印 \nearrow \searrow \curvearrowright \curvearrowleft で表すこと.)

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

g) $f(x)$ が極大・極小となる x の値を求めよ.

h) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ.

7) 次の各々の関数の導関数を求めよ.

a) $f(x) = xe^{\sqrt{1-x^2}}$

b) $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$

c) $f(x) = \frac{\log x}{x}$

【解答用紙が足らなければこの部分も使用して下さい】