

復習問題 略解

- 1 a) $A \cap B = \{n \mid n \text{ は } 6 \text{ の倍数}\}$ だから, $n(A \cap B) = 16$.
 b) $n((A \cap B) \cup C) = n(A \cap B) + n(C) - n(A \cap B \cap C) = 16 + 20 - 3 = 33$

- 2 a) $a \leq 5$
 b) $6 \leq a < 7$
 c) $B \subset A$ となるような a の範囲を求めればよい. そのような a の範囲は $a \geq 8$.

- 3 a) 36 個 ($U = \{(a, b) \mid a, b \text{ は } 1 \text{ から } 6 \text{ までの自然数}\}$ だから, $n(U) = 36$)
 b) 2^{36} 個
 c) $A = \{(4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$
 d) \bar{B} は「出た目の数がともに偶数である」であり, $n(\bar{B}) = 3 \times 3 = 9$. したがって, $n(B) = n(U) - n(\bar{B}) = 27$.
 e) $A \cap B = \{(4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5)\}$ より, $n(A \cap B) = 5$. $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{5}{8}$. また, $P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$, $P(B) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$ なので, $P(A \cap B) = \frac{5}{36} \neq P(A)P(B) = \frac{6}{36}$ だから, A と B は独立ではない.

- 4 a)

ガン 試薬	有	無	計
陽性	0.9 %	4.95 %	5.85 %
陰性	0.1 %	94.05 %	94.15 %
計	1 %	99 %	100 %

- b) $\frac{0.9}{5.85} \doteq 0.154 (= 15.4\%)$

- 5 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ より $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{1}{10}$.
 また, $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$.

- 6 A : 「どちらかが偶数」, B : 「両方の目が偶数」とすると, 求める確率は $P_A(B)$. $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{4}$ だから, $P_A(B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$.

- 7 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{3}{13}$, $P(C) = \frac{1}{26}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{52} = P(A)P(B)$, $P(A \cap C) = \frac{1}{52} \neq P(A)P(C)$, $P(B \cap C) = \frac{1}{26} \neq P(B)P(C)$. したがって, A と B は独立, A と C , B と C は独立ではない.

- 8 a) $X \sim B(4, \frac{1}{2})$ だから, $E(X) = 2$, $V(X) = 1$.

- b) $E(X) = \frac{35}{18} \doteq 1.94$, $V(X) = \frac{655}{324} \doteq 2.05$

- c)

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

 より $E(X) = \frac{12}{7}$, $V(X) = \frac{24}{49}$.

9] 表の出た硬貨の金額の和を X とする. 確率分布は

X	0	50	100	150	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

だから, $E(X) = 75$
 (円), $\sigma(X) = 25\sqrt{5} \approx 55.9$ (円)

10] $E(Y) = aE(X) + b$, $V(Y) = a^2V(X)$ が成り立つので, $\begin{cases} 0 = 5a + b \\ 1 = 100a^2 \end{cases}$ を解いて, $a = \frac{1}{10}$, $b = -\frac{1}{2}$.

11] さいころの出る目の数を Y , 表の出た硬貨の枚数を Z とすると, $X = YZ$. Y と Z は明らかに独立であるから, $E(X) = E(YZ) = E(Y)E(Z)$. そして, $E(Y) = \frac{7}{2}$, $E(Z) = 1$ だから $E(X) = \frac{7}{2}$.

12] a) $X \sim B(1000, 0.05)$

b) $E(X) = 1000 \times 0.05 = 50$, $V(X) = 1000 \times 0.05 \times (1 - 0.05) = 47.5$.

13] a) X の確率分布は

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$	1

$E(X) = \frac{3}{2}$, $V(X) = \frac{15}{28}$.

b) $Y \sim B(4, \frac{3}{8})$ だから, $E(Y) = \frac{3}{2}$, $V(Y) = 4 \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{16}$.

14] a) $X \sim B(6, \frac{1}{3})$, $E(X) = 2$, $V(X) = \frac{4}{3}$, $\sigma(X) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

b) 3 の倍数の目が出なかった回数は $6 - X$ だから, $Y = (+2)X + (-1)(6 - X) = 3X - 6$

c) $E(Y) = E(3X - 6) = 3E(X) - 6 = 2 \times 3 - 6 = 0$, $V(Y) = V(3X - 6) = 3^2V(X) = 12$, $\sigma(X) = 2\sqrt{3}$.