

1 箱には赤玉 2 個と白玉 3 個が入っている。箱の中から無作為に 1 個の玉を選び、その玉を元へ戻さず無作為にもう 1 個の玉を選ぶ。最初に選んだ玉が赤であるという事象を A 、2 番目に選んだ玉が赤であるという事象を B とする。

a) $P_A(B)$, $P_{\bar{A}}(B)$, $P_A(\bar{B})$, $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ をそれぞれ求めよ。

最初に選んだ玉が赤ならば箱の中には赤 1 個と白 3 個が残る $\rightarrow P_A(B) = \frac{1}{4}$

同様に $P_{\bar{A}}(B) = \frac{1}{2}$, $P_A(\bar{B}) = \frac{3}{4}$, $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{1}{2}$

b) $P(A \cap B)$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ をそれぞれ求め、次の表の空欄を埋めよ。

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}, \quad P(A \cap \bar{B}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}, \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

1 個目 \ 2 個目	赤 (B)	白 (\bar{B})	計
赤 (A)	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$
白 (\bar{A})	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$
計	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

c) 2 個目の玉が白であったとして、最初の玉が赤である確率を求めよ。

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$$

d) 2 個の玉が同色であったとして、その玉の色が赤である確率を求めよ。

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B})} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{3}{10}} = \frac{1}{4}$$

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

2 ある国では、男性 1000 人に 1 人の割合で、ある病気に感染しているという。検査薬によって、感染していれば 0.98 の確率で陽性反応が出る。一方、感染していない場合にも、0.01 の確率で陽性反応が出るという。この病気に感染しているという事象を A 、検査薬によって陽性反応が出るという事象を B とする。

a) 事象 $A, B, \bar{A}, \bar{B}, A \cap B, \bar{A} \cap B, A \cap \bar{B}, \bar{A} \cap \bar{B}$ の確率をそれぞれ求め、表にまとめよ。

	A	\bar{A}	
B	0.00098	0.00999	0.01097
\bar{B}	0.00002	0.98901	0.98903
	0.001	0.999	1

問題文より

$$P(A) = 0.001, \quad P_A(B) = 0.98$$

$$P_{\bar{A}}(B) = 0.01$$

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B) = 0.00098$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B) = 0.00999$$

b) ある男性が検査を行ったところ、陽性であった。この男性が実際に病気に感染している確率はおおよそどれくらいか。

$$\text{求める確率} = P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{0.00098}{0.01097} = 0.0893... = \text{約 } 9\%$$