

1 2つの壺があり、片方の壺1には赤い球が9個と白い球が1個、もう一方の壺2には赤い球1個と白い球が9個入っている。いま無作為に壺を選び、1個の球を取り出してその色を調べ、その球をとり出した壺に戻して、もう一度同じ壺から球を取り出すという試行を考える。

この試行において「まず壺1を選び、最初に選んだ球が赤、2度目に選んだ球が白である」という結果を $(1, R, W)$ と表すなどして、標本空間 Ω を

$$\Omega = \{(1, R, R), (1, R, W), (1, W, R), (1, W, W), (2, R, R), (2, R, W), (2, W, R), (2, W, W)\}$$

と定める。

a) この確率モデルにおいて、 $P(\{(1, R, R)\}), P(\{(2, R, R)\})$ はそれぞれどのように定められるべきか。

$$P(\{(1, R, R)\}) = \frac{1}{2} \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{200}$$

$$P(\{(2, R, R)\}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{200}$$

b) 「最初に選んだ球は赤である」という事象を A 、「2度目に選んだ球は赤である」という事象を B とする。 A, B をそれぞれ外延的記法で表せ。

$$A = \{(1, R, R), (1, R, W), (2, R, R), (2, R, W)\}$$

$$B = \{(1, R, R), (1, W, R), (2, R, R), (2, W, R)\}$$

c) 「最初に選んだ球は赤であり、2度目に選んだ球も赤である」という事象は $A \cap B$ と表せるが、その確率 $P(A \cap B)$ をもとめよ。

$$P(A \cap B) = P(\{(1, R, R)\}) + P(\{(2, R, R)\}) \\ = \frac{81}{200} + \frac{1}{200} = \frac{41}{100}$$

d) 事象 A をあらためて標本空間とみなして Ω_A とおき、新たな確率モデルを考える。このとき「2度目に選んだ球も赤である」という事象を Ω_A の事象、すなわち Ω_A の部分集合とみたとき、これを外延的記法で表せ。またこの事象の確率はこの新たなモデルでどのように定められるべきか。

$$\{(1, R, R), (2, R, R)\}$$

$$P(A) = \frac{81}{200} + \frac{9}{200} + \frac{1}{200} + \frac{9}{200} = \frac{1}{2} \text{ より}$$

$$\Omega_A \text{ での } \{(1, R, R), (2, R, R)\} \text{ の確率は } \frac{\frac{41}{100}}{\frac{1}{2}} = \frac{41}{50}$$

入学年度	学部	学科	組	番号	校	フリガナ
						氏名

2 ある大学の学生の数学と英語の成績分布は次の表の通りであった。

	英語	A	B	C
数学				
A		15%	15%	5%
B		10%	20%	10%
C		5%	10%	10%

この学生の中から無作為に1人を選んで、その学生の数学と英語の成績を尋ねるという試行において、標本空間 Ω を $\Omega = \{(X, Y) \mid X \text{ は数学の成績, } Y \text{ は英語の成績}\}$ と設定する。そして、数学の成績が A であるという事象を M 、英語の成績が A であるという事象を E とする。

a) 事象 M をあらためて標本空間とみなし、 Ω_M とおく。 Ω_M を外延的記法で表せ。

$$\Omega_M = \{(A, A), (A, B), (A, C)\}$$

b) Ω_M を標本空間とすると、 Ω_M の各事象 N についてその確率を $P_M(N)$ と書く。事象 $\{(A, A)\}$, $\{(A, B)\}$, $\{(A, C)\}$ の確率 $P_M(\{(A, A)\})$, $P_M(\{(A, B)\})$, $P_M(\{(A, C)\})$ をそれぞれ求めよ。

$$P_M(\{(A, A)\}) = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

$$P_M(\{(A, B)\}) = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

$$P_M(\{(A, C)\}) = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

c) こゝでは事象 E を標本空間とみなし、 Ω_E とする。 Ω_E を外延的記法で表せ。

$$\Omega_E = \{(A, A), (B, A), (C, A)\}$$

d) ある学生を選んだとき、その学生の英語の成績は A であった。この学生の数学の成績が C である確率を求めよ。

$$P_E(\{(A, C)\}) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$