

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 次の計算をせよ.

a) $\frac{5x^2}{10x^3} = \frac{1}{2x}$

b) $\frac{8xy^3}{12x^2y^2} = \frac{2y}{3x}$

c) $\frac{1}{x} \times \frac{x^2}{y} = \frac{x}{y}$

d) $\frac{a}{x} \div \frac{a^2}{x^2} = \frac{x}{a}$

e) $\frac{3abc}{2a^2} \times \frac{8a}{9b^2c} = \frac{4}{3b}$

f) $\frac{ab}{xy} \times \frac{y^2}{x^2} \div \frac{bc}{y} = \frac{ay^2}{cx^3}$

2 次の分数式を約分せよ.

a) $\frac{2x}{6x^2-x} = \frac{2}{6x-1}$

b) $\frac{6x^2+6ax}{3a^2x} = \frac{2x+2a}{a^2}$

c) $\frac{x^2-1}{x^2+x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x}$

d) $\frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)^2} = \frac{x+1}{x-2}$

e) $\frac{x^3+1}{x^3-x} = \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x^2-x+1}{x(x-1)}$

f) $\frac{a^3+3a^2b-4ab^2}{2a^2-4ab+2b^2} = \frac{a(a-b)(a+4b)}{2(a-b)^2} = \frac{a(a+4b)}{2(a-b)}$

3 次の計算をせよ.

a) $\frac{x}{x^2-1} \times \frac{x^2-3x+2}{x^2+2x} = \frac{x}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x-1)(x-2)}{x(x+2)} = \frac{x-2}{(x+1)(x+2)}$

b) $\frac{2x+4}{x^2+x-12} \times \frac{x-3}{x^2+6x+8} = \frac{2(x+2)}{(x-3)(x+4)} \times \frac{x-3}{(x+2)(x+4)} = \frac{2}{(x+4)^2}$

c) $\frac{x-4}{x-2} \div \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} = \frac{x-4}{x-2} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-4)} = \frac{x+2}{x-1}$

d) $\frac{x^2-9}{x+2} \div (x^2-x-6) = \frac{(x-3)(x+3)}{x+2} \times \frac{1}{(x+2)(x-3)} = \frac{x+3}{(x+2)^2}$

4 次の各組の式を因数分解し、最大公約数と最小公倍数を求めよ.

a) $\begin{cases} x^2-4 = (x-2)(x+2) \\ x^2+4x+4 = (x+2)^2 \end{cases} \begin{cases} \text{最大公約数} = x+2 \\ \text{最小公倍数} = (x-2)(x+2)^2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2-x-2 = (x-2)(x+1) \\ x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1) \end{cases} \begin{cases} \text{最大公約数} = x+1 \\ \text{最小公倍数} = (x-2)(x+1)(x^2-x+1) \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2-1 = (x-1)(x+1) \\ x^3+x^2-x-1 = (x-1)(x+1)^2 \\ x^3-x^2-x+1 = (x-1)^2(x+1) \end{cases} \begin{cases} \text{最大公約数} = (x-1)(x+1) \\ \text{最小公倍数} = (x-1)^2(x+1)^2 \end{cases}$

5 次の計算をせよ.

a) $\frac{2x}{x+5} - \frac{x-5}{x+5} = \frac{2x-(x-5)}{x+5} = \frac{x+5}{x+5} = 1$

b) $\frac{x-2}{2x} + \frac{x+3}{3x} = \frac{3(x-2)+2(x+3)}{6x} = \frac{5x}{6x} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$

d) $\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2-a} - \frac{2}{a^2-1} = \frac{a^2-1+a+1-2a}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a^2-a}{a(a-1)(a+1)} = \frac{1}{a+1}$

e) $\frac{4x}{x^2-1} - \frac{x-1}{x^2+x} = \frac{4x^2-(x-1)^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{3x^2+2x-1}{x(x-1)(x+1)} = \frac{(3x+1)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{3x+1}{x(x-1)}$

6 a) $x^2+2xy-3y^2$ を因数分解せよ. $x^2+2xy-3y^2 = (x-y)(x+3y)$

b) 上の結果を用い、次の式を計算せよ.

$$\frac{x-y}{x^2+2xy-3y^2} - \frac{2}{x-y} - \frac{7}{x+3y} = \frac{x-y-2(x+3y)-7(x-y)}{(x-y)(x+3y)}$$

$$= \frac{-8x}{(x-y)(x+3y)}$$

7] 次の計算をせよ。

a) $\frac{c}{ab} = \frac{1}{a^2 b^3}$

b) $\frac{\frac{bc}{ad}}{\frac{b^2}{a}} = \frac{c}{bd}$

c) $\frac{1}{1 - \frac{1}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1-1}{x+1}} = \frac{x+1}{x}$

d) $\frac{1 - \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x^2-1}{x}} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$

e) $\frac{x+3}{1 + \frac{1}{x+2}} + \frac{x-2}{1 - \frac{1}{x-1}} = \frac{x+3}{\frac{x+2+1}{x+2}} + \frac{x-2}{\frac{x-1-1}{x-1}} = \frac{x+3}{\frac{x+3}{x+2}} + \frac{x-2}{\frac{x-2}{x-1}} = x+2 + x-1 = 2x+1$

8] 次の計算をせよ。

a) $\left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}\right) \div \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) = \frac{x^3 - y^3}{xy} \times \frac{xy}{x-y} = x^2 + xy + y^2$

b) $\frac{1}{x+2} + \frac{x}{2-x} + \frac{x+6}{x^2-4} = \frac{x-2 - x(x+2) + x+6}{x^2-4} = \frac{-x^2+4}{x^2-4} = -1$

c) $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{x(x-y) + y(x+y) - (x^2+y^2)}{(x-y)(x+y)} = 0$

d) $\frac{1}{x} - \frac{y}{x(x+y)} - \frac{z}{(x+y)(x+y+z)} = \frac{x+y-y}{x(x+y)} - \frac{z}{(x+y)(x+y+z)} = \frac{x+y+z-z}{(x+y)(x+y+z)} = \frac{1}{x+y+z}$

e) $\frac{b-c}{(a+b)(a+c)} + \frac{c-a}{(b+c)(b+a)} + \frac{a-b}{(c+a)(c+b)}$
 $= \frac{(b-c)(b+c) + (c-a)(c+a) + (a-b)(a+b)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$
 $= \frac{b^2 - c^2 + c^2 - a^2 + a^2 - b^2}{(a+b)(b+c)(c+a)} = 0$

9] ある川にそって、 a km 離れている2地点A, Bがある。川下のA地点から川上のB地点まで船で往復するとき、船の静水での速さを毎時 u km, 川の流の速さを毎時 v km ($v < u$) として、次の問いに答えよ。 [ヒント: A地点からB地点までさかのぼる速さは $(u-v)$ km/時, B地点からA地点までくだる速さは $(u+v)$ km/時]

a) 往復にかかる時間を求めよ。

往路: $\frac{a}{u-v}$, 復路: $\frac{a}{u+v} \therefore \frac{a}{u-v} + \frac{a}{u+v} = \frac{2au}{(u-v)(u+v)}$

b) 往復の平均の速さを求めよ。

$\frac{2a}{\frac{2au}{(u-v)(u+v)}} = \frac{2a(u-v)(u+v)}{2au} = \frac{(u-v)(u+v)}{u}$

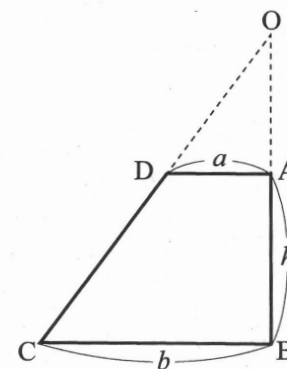
c) b) で求めた平均の速さと、この船の静水での速さをくらべるとどちらが速いか。

(静水での速さ) - (b)の答 = $u - \frac{(u-v)(u+v)}{u} = \frac{u^2 - (u^2 - v^2)}{u} = \frac{v^2}{u} > 0$

∴ $v > 0$ として 静水での速さの方が速い

10]

図のような台形 ABCD を、AB のまわりに回転してできる立体 (円錐台) の体積を、次の順に考えて求めよ。



a) OA の長さを a, b, h で表せ。 [ヒント: $OA = x$ とおき、 $\triangle OAD \sim \triangle OBC$ を用いる。]

$OA = x$ とおくと、 $OA:OB = AD:BC$ より
 $x:x+h = a:b \Rightarrow a(x+h) = bx$
 $\Rightarrow (a-b)x = -ah \Rightarrow x = \frac{ah}{b-a}$
 $\therefore OA = \frac{ah}{b-a}$

b) OB の長さを a, b, h を用いて、なるべく簡単な形に表せ。

$OB = x+h = \frac{ah}{b-a} + h = \frac{ah+bh-ah}{b-a} = \frac{bh}{b-a}$

c) 台形 ABCD を AB のまわりに回転してできる円錐台の体積を、BC と AD をそれぞれ底面の半径とする2つの円錐の体積の差として求め、それをなるべく簡単な形で表せ。

$V = \frac{1}{3} \pi b^2 \cdot \frac{bh}{b-a} - \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot \frac{ah}{b-a}$
 $= \frac{1}{3} \pi \frac{b^3 - a^3}{b-a} \cdot h = \frac{1}{3} \pi (a^2 + ab + b^2) h$