2017 年度 後期　　　　中央大学 経済学部

担当 鍬田 政人

微分積分 II — 期末試験

2018 年 1 月 31 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと．これがない場合，大幅な減点をすることもある.

$\boxed{1}$ 次の不定積分を求めよ.

a) $\displaystyle\int x\sqrt{1+2x}\,dx$ 　（$1+2x=t$ とおく.）　　b) $\displaystyle\int x\log x\,dx$

$\boxed{2}$ a) α を正の実数とするとき，$1+\alpha$ の 立方根 $\sqrt[3]{1+\alpha}$ を $1+\dfrac{\alpha}{3}-\dfrac{\alpha^2}{9}$ で近似したときの誤差の範囲を評価せよ.

b) $\sqrt[3]{67}=4\sqrt[3]{1+\frac{3}{64}}$ という表示と a) の近似式を応用して $\sqrt[3]{67}$ の近似値を計算せよ．また，このようにして得られた近似値と $\sqrt[3]{67}$ の値とは小数第何位まで一致するといえるか.

$\boxed{3}$ 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x\sqrt{1+x}-e^x+1}{x^3}$ を求めよ．ただし，次の漸近展開の公式は自由に用いてよい.

$$\sqrt{1+x}=1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+o(x^4)$$
$$e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+o(x^n)$$

$\boxed{4}$ つぎの 2 変数関数について，2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a) $f(x,y)=\log(x^2-y^2)$　　b) $f(x,y)=xye^{-x^2-y^2}$

$\boxed{5}$ 関数 $f(x,y)=x^3+3xy^2-3x^2-3y^2$ の臨界点（すべての偏微分が 0 になる点）をすべてもとめ，各臨界点において極大・極小を判定せよ.

$\boxed{6}$ 底面の半径が r で高さが h の円筒形の缶がある.

a) この缶を作るのに使用する材料の面積を S とするとき，S を r と h で表わせ.

b) a を正の定数とする．容積 V が一定値 $2a^3\pi$ であるという条件の下で，材料の面積 S が最小となるような r と h をラグランジュの乗数法で求めよ.

$\boxed{7}$ 関数 $f(x)$ に対し，$f(x)$ の x に関する弾力性 $\mathrm{El}_x\,f(x)$ は $\mathrm{El}_x\,f(x)=\dfrac{xf'(x)}{f(x)}$ と定義される.

a) 関数 $f(x)=e^{-2x}$ について，$\mathrm{El}_x\,f(x)$ を求めよ.

b) x が $x>0$ の範囲を動くとき，$f(x)=e^{-2x}$ が x に関して弾力的である，すなわち $|\mathrm{El}_x\,f(x)|>1$ となる x の範囲を求めよ.